

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
	GUÍA DE APRENDIZAJE	Versión: 001
		Emisión: 2020-08-6
		Actualización:

GUÍA No:	ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: Trigonometría
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 1 de marzo	HASTA: 16 de abril	
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 14 de abril		
DOCENTE: María Islandia Espinosa Sánchez		
ESTUDIANTE:	GRUPO: 10	

¿QUÉ VOY A APRENDER?

- Manejar el método de reducción (suma y resta) para resolver un sistema lineal 2x2
- Aplicar correctamente la regla de Cramer para resolver el sistema lineal 2x2
- Interpretar y dar solución mediante sistemas de ecuaciones lineales 2x2 a situaciones problema

LO QUE ESTOY APRENDIENDO.

Conceptos previos

De cualquier libro recuerda cómo se saca el mínimo común múltiplo (m.c.m) de varios números y ten a mano la guía número 1 ya que seguimos desarrollando métodos algebraicos para resolver sistemas lineales 2x2

Métodos de Reducción (suma y resta)

Con el mismo sistema de la guía anterior vamos a resolverlo por este nuevo método.

Ejemplo 1

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. Y + x = 3 \\ 2. y = x + 1 \end{array} \right.$$

Para utilizar este método lo primero que hacemos es organizar las dos ecuaciones así: x debajo de x; y debajo de y, igual debajo del igual, número debajo de número

$$x + y = 3$$

$$-x + y = 1$$

Ya organizado de esta forma, el método de reducción (suma y resta) consiste en eliminar una de las variables en las ecuaciones, es necesario que sus coeficientes numéricos sean iguales, pero con signo diferente. En caso de que no lo tengan sacamos el m.c.m de los coeficientes y multiplicamos la respectiva ecuación por el coeficiente de cada variable, pero recordar que deben tener signo contrario para que al sumarles se cancelen

Regresemos a nuestro sistema y sumemos las dos ecuaciones

$$\cancel{x} + y = 3$$

$$y = \frac{4}{2}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-x} + y = 1 \\ \hline 2y = 4 \end{array}$$

$$y = 2$$

El valor de x puede hallarse, ya sea sustituyendo el valor de $y=2$ en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales o repitiendo el procedimiento anterior para eliminarla del sistema.

Vamos a hacerlo de las 2 formas

- Regreso a la ecuación 1

$$X + y = 3$$

Sustituyo a y por 2 y así encuentro el valor de x

$$X + 2 = 3$$

$$X = 3 - 2 = 1$$

$$S = \{(1, 2)\}$$

Ahora vamos a encontrar el valor de x por suma y resta

Escribamos el sistema organizado

$$X + y = 3$$

$$-X + y = 1$$

Observa que la variable tiene los mismos coeficientes, basta con multiplicar una de las dos por (-1)

$$X + y = 3$$

$$-X + y = 1 \quad (-1)$$

$$= X + y = 3$$

$$\underline{X + y = -1}$$

$$2x = 2$$

$$X = 1$$

$$S = \{(1, 2)\}$$

Ejemplo 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad 4x + 2y = 8 \\ 2. \quad 4x + 2y = -2 \end{array} \right.$$

Si observa este sistema está organizado

$$4x + 2y = 8$$

$$4x + 2y = -2$$

Vamos a eliminar la y, como puedes ver tienen el mismo coeficiente, basta con multiplicar una de las 2 por (-1)

$$4x + 2y = 8 \quad (-1)$$

$$4x + 2y = -2$$

$$\begin{array}{r} -4x - 2y = -8 \\ \underline{4x + 2y = -2} \\ 0 = -10 \end{array}$$

Esta igualdad es falsa entonces concluimos que el sistema no tiene solución (es inconsistente)

$$S = \emptyset$$

$$S = \{ \}$$

Ejemplo 3

$$\begin{cases} 1. 2x - 3y = -1 \\ 2. 4x - 6y = -2 \end{cases}$$

El sistema está organizado, vamos a eliminar a x, como puedes ver los coeficientes sean 2 y 4 (ambos positivos)

Sacamos el m.c.m (2,4) =4

Dividamos este m.c.m por cada coeficiente y el cociente multiplicará la ecuación respectiva

$$\begin{array}{r} 1. 2x - 3y = -1 \quad (2) \\ 2. 4x - 6y = -2 \quad (-1) \end{array} \quad \begin{array}{r} \cancel{4x} - \cancel{6y} = -2 \\ \cancel{4x} - \cancel{6y} = -2 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Como puedes ver los coeficientes se cancelan, dándonos una igualdad, esto nos indica que el sistema es consistente y es la misma recta con nombre y apodo, la solución es infinita

S = {infinito}

S = ∞

Vamos a resolver los siguientes 2 sistema por el método de eliminación para ello observa el siguiente video 1: <https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>

$$\begin{array}{l} 1. 12n + 3m - 18 = 0 \\ \quad 3m + 5n = 4 \\ 2. 4(a - 2b) - 8 = 0 \\ \quad -8 = 2(a + 4b) \end{array}$$

Adaptado de libro Olimpiadas Matemáticas 9

RESOLUCION DE UN SISTEMA LINEAL 2X2 POR EL METODO DE DETERMINANTES

Primero, entendamos el concepto de determinante

Definición de determinante

Una determinante 2x2 es la organización de cuatro números en dos filas y dos columnas a la cual se asigna un número.

El número se obtiene al calcular la diferencia entre el producto del número que está en la primera fila con la primera columna por el número que se encuentra en la segunda fila con la primera columna por el número que está en la primera fila con la segunda columna.

EN símbolos

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \times d) - (c \times b)$$

Ejemplo 1

Calcular el valor de determinante

$$\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = (-3)(7) - (2)(8) = -21 - 16 = -37$$

APLICACIÓN DE DETERMINANTES EN LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS 2X2

En el sistema

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

a y d son los coeficientes de x; b y e son los coeficientes de y; c y f son los términos independientes.

$$\text{Los valores } x = \frac{ec-bf}{ae-bd} \quad \wedge \quad y = \frac{af-cd}{ae-bd}$$

que dan solución a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se puede escribir como el cociente de dos determinantes.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{e \cdot c - b \cdot f}{a \cdot e - b \cdot d} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}}$$

El determinante de los denominadores se obtiene al escribir en la primera columna los coeficientes de "x" y en la segunda columna los coeficientes de "y"

Para calcular "x" el determinante del numerador se escribe en la columna que correspondería a los coeficientes de x (primera columna), los términos independientes. Para calcular "y" en el determinante del numerador se escriben en la columna que correspondería a los coeficientes de y (segunda columna), los términos independientes

Ejemplo:

Resolver por determinantes el sistema

$$2x + 5y = 4$$

$$y + 5 = -3x$$

Solución

Se ordenan las ecuaciones

$$2x + 5y = 4$$

$$3x + y = -5$$

Se utiliza la expresión para calcular x \wedge y por medio de determinantes

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(4)(1) - (-5)(5)}{(2)(1) - (3)(5)} = \frac{4+25}{2-15} = \frac{29}{-13} = -3$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(2)(-5) - (4)(3)}{(2)(1) - (3)(5)} = \frac{-10-12}{2-15} = \frac{-22}{-13} = \frac{22}{13}$$

La solución por determinantes de un sistema de primer grado se llama **Regla de Cramer**

Adaptado de Retos Matemáticos 9

Ahora resolvamos el siguiente sistema por determinantes

Observa el video 2: <https://www.youtube.com/watch?v=jZIk90KQo6s>

1. $\frac{1}{5} (5x-10y) = 8$

2. $3x+y+8=0$

En el sistema: $2x-3y = 4$
 $Y+5x = -2$

- Identifica lo coeficientes de x, los coeficientes de “y” y los términos independientes
- Plantea el cociente de determinantes que permiten encontrar las soluciones.
- Resuelve el sistema

APLICACIÓN DE SISTEMAS LINEALES 2X2 EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS

¿Qué es resolver un problema?

Resolver problemas es el fin de todo conocimiento ya que este carecería de importancia si no nos da las herramientas necesarias para enfrentarnos a situaciones nuevas y resolverlas.

Los problemas que se pueden resolver, al interpretar el enunciado por medio de una ecuación de primer grado con una incógnita o de primer grado con dos, son muy variados y no existe una regla fija.

En general, se puede afirmar que para resolver un problema en forma correcta se debe disponer de una doble habilidad, por un lado, se debe traducir el enunciado verbal a una expresión algebraica y por el otro se debe resolver correctamente la ecuación.

En los siguientes ejemplos se ilustra la forma como se pueden resolver algunos problemas.

¿Cómo se resuelven los problemas?

Ejemplo

Cortar un cable de 6.79m de longitud en dos partes tales que una de ellas mida 3.85 metros más que la otra

Solución

Un esquema gráfico del problema ayuda a su interpretación. Llamamos x un pedazo del alambre y x-3,85 será otro pedazo	<p style="text-align: center;"> $\frac{\text{-----}}{\text{-----}} \quad \frac{6.79\text{m}}{\text{-----}}$ $x \qquad \qquad x-3,85\text{m}$ </p>
La suma de los dos pedazos es 6.74m, luego la ecuación que interpreta el enunciado será	$x + (x - 3,85) = 6,79$
Al resolverlo se obtiene:	$2x = 6,79+3,85 = 10,64$ $x = \frac{10,64}{2} = 5,32\text{m}$
Un pedazo mide 5,32 m y el otro $6,79 - 5,32 = 1,47\text{m}$	

Problema 2

Al festival de regatas por el río Magdalena asistieron varios concursantes. El ganador recorrió, en su bote, 20 km con la corriente a favor en $\frac{5}{3}$ de hora y 18km con la corriente en contra $\frac{9}{4}$ de hora, ¿Cuál fue la velocidad del bote en aguas tranquilas y cuál es la velocidad del río?

¿CÓMO SÉ QUE APRENDÍ? Quien no tenga conectividad entregar esta actividad en la fotocopiadora de Don Camilo Agudelo carrera 25 # 33 – 44

ACTIVIDAD TIPO ICFES

Cada respuesta debe ser sustentada

Para obtener 100 kilos de cierta calidad de café se mezclan café de calidad A de \$4800 el kilo, con café de calidad B de \$3800 el kilo, de tal manera que el café obtenido produzca una ganancia de 15% al ser vendido a \$4600 el kilo.

1. Las ecuaciones que permiten hallar las cantidades de café de cada clase que se debe mezclar son:

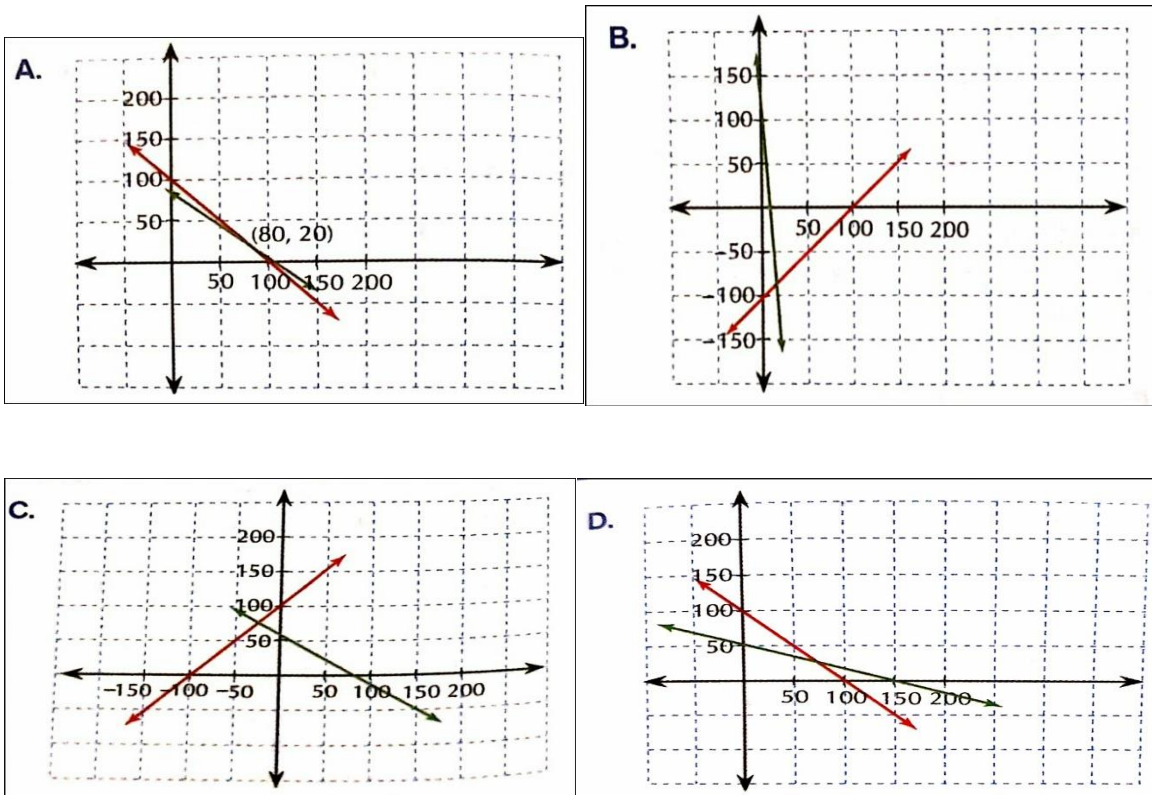
a.
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 3800x + 4800y + 15\%(3800 + 4800y) = 460.000 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 437x + 552y = 46000 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 38x + 48y = 4600 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} y = 100 - x \\ 57x + 72y = 4600 \end{cases}$$

2.



3. La razón entre la cantidad de café de calidad A y la cantidad de café de calidad de B es.
- 4:1 porque debe ser mayor la cantidad de café más barato para poder obtener ganancia
 - 1.4 porque para obtener la calidad deseable se requiere mayor ganancia del café más costoso
 - 2:3 porque la suma 2+3 es un divisor de 100
 - 20:80 porque la suma de las dos cantidades da 100, que son los kilos que se quiere obtener.
4. El dinero invertido en la compra de cada calidad fue:
- \$304 000 en la compra del café de calidad A y \$96 000 en la compra del café de calidad B
 - \$96 000 en la compra del café de calidad A y \$304 000 en la compra de calidad B
 - Un total de \$400 000
 - \$480 000 en la compra del café de calidad A y \$380 000 en la compra del café de calidad
5. Como la ganancia esperada es 15%, entonces el precio total de venta debe ser:
- $3800 \times 100 \times 1.15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra del café calidad B
 - $4800 \times 100 \times 1.15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra del café calidad A
 - $(3800 \times 80 + 4800 \times 20) \times 1.15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra de ambos tipos de café
 - $(4800 \times 80 + 3800 \times 20) \times 1.15$ porque este valor supera el 15% el costo total de compra de los dos tipos de café.
- Tomado de Retos Matemáticos

¿QUÉ APRENDÍ? Responde en tu cuaderno.

- ¿Cuál de los métodos te pareció más fácil? ¿Por qué?
- ¿En los problemas fuiste capaz de pasar del lenguaje castellano al lenguaje matemático?
- De cualquier texto de internet saca un problema del tema visto y resuélvelo

“Un hombre solo tiene derecho a mirar a otro hacia abajo cuando ha de ayudarlo a levantarse” Gabriel García Márquez