

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
	GUÍA DE APRENDIZAJE	Versión: 001
		Emisión: 2020-08-6
		Actualización:

GUÍA No: 2	ÁREA: Matemáticas	ASIGNATURA: Trigonometría
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 7 de marzo	HASTA: 1 de abril	
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 28 de marzo		
DOCENTE: MARIA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:	GRUPO: 10	

"Si 'A' es el éxito en la vida, entonces $A=x+y+z$. El trabajo es la 'x', el juego la 'y' y 'z' es mantener la boca cerrada". Albert Einstein

¿QUÉ VOY A APRENDER?

1. Manejar el método de reducción (suma y resta) para resolver un sistema lineal 2x2
2. Aplicar correctamente la regla de Cramer para resolver el sistema lineal 2x2
3. Interpretar y dar solución mediante sistemas de ecuaciones lineales 2x2 a situaciones problema

LO QUE ESTOY APRENDIENDO.

Conceptos previos

De cualquier libro recuerda cómo se saca el mínimo común múltiplo (m.c.m) de varios números y ten a mano la guía número 1 ya que seguimos desarrollando métodos algebraicos para resolver sistemas lineales 2x2

Resuelve el siguiente ejercicio

1. Amir va a entregar las invitaciones para su cumpleaños en un sobre (en cada sobre una invitación) En la tienda, las cajas de invitaciones son de 15 unidades y las cajas de sobres son de 20. Calcular el número mínimo de cajas de cada producto para que haya el mismo número de invitaciones y de sobres.
2. Calcular el número más pequeño de modo que la división de dicho número entre 11 y entre 23 tenga resto 2.
3. Escribir como producto de potencias de números primos el número 1080

Métodos de Reducción (suma y resta)

Con el mismo sistema de la guía anterior vamos a resolverlo por este nuevo método.

Ejemplo 1

$$\begin{cases} 1) & x - y = -6 \\ -2) & x + y = 8 \end{cases}$$

Para utilizar este método lo primero que hacemos es organizar las dos ecuaciones así: x debajo de x; y debajo de y, igual debajo del igual, número debajo de número

$$\begin{array}{r} X - Y = -6 \\ X + Y = 8 \\ \hline 2X = 2 \end{array}$$

Ya organizado de esta forma, el método de reducción (suma y resta) consiste en eliminar una de las variables en las ecuaciones, es necesario que sus coeficientes numéricos sean iguales, pero con signo diferente. En caso de que no lo tengan sacamos el m.c.m de los coeficientes y multiplicamos la respectiva ecuación por el coeficiente de cada variable, pero recordar que deben tener signo contrario para que al sumarles se cancelen
Regresemos a nuestro sistema y sumemos las dos ecuaciones

$$\begin{array}{r} X - \cancel{Y} = -6 \\ X + \cancel{Y} = 8 \\ \hline 2X = 2 \end{array}$$

$$X = \frac{2}{2}$$

$$X = 1$$

El valor de Y puede hallarse, ya sea sustituyendo el valor de $X = 1$ en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales o repitiendo el procedimiento anterior para eliminarla del sistema.

Vamos a hacerlo de las 2 formas

- Regreso a la ecuación 1

$$x - y = -6$$

Sustituyo a X por 1 y así encuentro el valor de Y

$$1 - y = -6$$

$$-y = -6 - 1$$

$$-y = -7 \quad \text{multiplicamos por } (-1) \text{ ambos lados de la igualdad}$$

$$y = 7$$

-

$$S = \{(1,7)\}$$

Ahora vamos a encontrar el valor de x por suma y resta

Escribamos el sistema organizado

$$x - y = -6$$

$$x + y = 8$$

Observa que la variable tiene los mismos coeficientes, basta con multiplicar una de las dos por (-1)

$$\begin{aligned} x - y &= -6 \quad (-1) \\ x + y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -X + Y &= -6 \\ X + Y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-X} + Y = -6 \\ \cancel{X} + Y = 8 \\ \hline 2y = 14 \end{array}$$

$$y = \frac{14}{2}$$

$$y = 7$$

Sustituyo a Y por 7 y así encuentro el valor de X

$$S = \{(1, 7)\}$$

Ejemplo 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad 4x + 2y = 8 \\ 2. \quad 4x + 2y = -2 \end{array} \right.$$

Si observa este sistema está organizado

$$4x + 2y = 8$$

$$4x + 2y = -2$$

Vamos a eliminar la y, como puedes ver tienen el mismo coeficiente, basta con multiplicar una de las 2 por (-1)

$$4x + 2y = 8 \quad (-1)$$

$$4x + 2y = -2$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-4x - 2y} = -8 \\ \cancel{4x + 2y} = -2 \\ \hline 0 = -10 \end{array}$$

Esta igualdad es falsa entonces concluimos que el sistema no tiene solución (es inconsistente)

$$S = \emptyset$$

$$S = \{ \}$$

Ejemplo 3

$$\left\{ \begin{array}{l} 1. \quad 2x - 3y = -1 \\ 2. \quad 4x - 6y = -2 \end{array} \right.$$

El sistema está organizado, vamos a eliminar a x, como puedes ver los coeficientes sean 2 y 4 (ambos positivos)

Sacamos el m.c.m (2,4) = 4

Dividamos este m.c.m por cada coeficiente y el cociente multiplicará la ecuación respectiva

1. $2x - 3y = -1$ (2)
2. $4x - 6y = -2$ (-1)

$$\begin{array}{r} 4x - 6y = -2 \\ \underline{4x - 6y = -2} \\ 0 = 0 \end{array}$$

Como puedes ver los coeficientes se cancelan, dándonos una igualdad, esto nos indica que el sistema es consistente y es la misma recta con nombre y apodo, la solución es infinita

$S = \{\infty\}$

$S = \infty$

Vamos a resolver los siguientes 2 sistema por el método de eliminación para ello observa el siguiente video 1: <https://www.youtube.com/watch?v=v6iKv3QXqNs>

1. $12n + 3m - 18 = 0$
 $3m + 5n = 4$
2. $4(a - 2b) - 8 = 0$
 $-8 = 2(a + 4b)$

Adaptado de libro Olimpiadas Matemáticas 9

RESOLUCION DE UN SISTEMA LINEAL 2X2 POR EL METODO DE DETERMINANTES

Primero, entendamos el concepto de determinante

Definición de determinante

Una determinante 2x2 es la organización de cuatro números en dos filas y dos columnas a la cual se asigna un número.

El número se obtiene al calcular la diferencia entre el producto del número que está en la primera fila con la primera columna por el número que se encuentra en la segunda fila con la primera columna por el número que está en la primera fila con la segunda columna.

EN símbolos

$$D = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (a \times d) - (c \times b)$$

Ejemplo 1

Calcular el valor de determinante

$$\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = (-3)(7) - (2)(8) = -21 - 16 = -37$$

APLICACIÓN DE DETERMINANTES EN LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS 2X2

En el sistema

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

a y d son los coeficientes de x; b y e son los coeficientes de y; c y f son los términos independientes.

$$\text{Los valores } x = \frac{ec - bf}{ae - bd} \quad \wedge \quad y = \frac{af - cd}{ae - bd}$$

que dan solución a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se puede escribir como el cociente de dos determinantes.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{e \cdot c - b \cdot f}{a \cdot e - b \cdot d} \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}}$$

El determinante de los denominadores se obtiene al escribir en la primera columna los coeficientes de "x" y en la segunda columna los coeficientes de "y"

Para calcular "x" el determinante del numerador se escribe en la columna que correspondería a los coeficientes de x (primera columna), los términos independientes. Para calcular "y" en el determinante del numerador se escriben en la columna que correspondería a los coeficientes de y (segunda columna), los términos independientes

Ejemplo:

Resolver por determinantes el sistema

$$2x + 5y = 4$$

$$y + 5 = -3x$$

Solución

Se ordenan las ecuaciones

$$2x + 5y = 4$$

$$3x + y = -5$$

Se utiliza la expresión para calcular x y y por medio de determinantes

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(4)(1) - (-5)(5)}{(2)(1) - (3)(5)} = \frac{4+25}{2-15} = \frac{29}{-13} = -3$$

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{(2)(-5) - (4)(3)}{(2)(1) - (3)(5)} = \frac{-10-12}{2-15} = \frac{-22}{-13} = \frac{22}{13}$$

La solución por determinantes de un sistema de primer grado se llama **Regla de Cramer**

Adaptado de Retos Matemáticos 9

Ahora resolvamos el siguiente sistema por determinantes

Observa el video 2: <https://www.youtube.com/watch?v=jZIk90KQo6s>

$$1. \frac{1}{5}(5x-10y) = 8$$

$$2. 3x+y+8=0$$

En el sistema: $2x-3y = 4$

$$Y+5x = -2$$

- Identifica los coeficientes de x, los coeficientes de "y" y los términos independientes
- Plantea el cociente de determinantes que permiten encontrar las soluciones.
- Resuelve el sistema

APLICACIÓN DE SISTEMAS LINEALES 2X2 EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS

¿Qué es resolver un problema?

Resolver problemas es el fin de todo conocimiento ya que este carecería de importancia si no nos da las herramientas necesarias para enfrentarnos a situaciones nuevas y resolverlas.

Los problemas que se pueden resolver, al interpretar el enunciado por medio de una ecuación de primer grado con una incógnita o de primer grado con dos, son muy variados y no existe una regla fija.

En general, se puede afirmar que para resolver un problema en forma correcta se debe disponer de una doble habilidad, por un lado, se debe traducir el enunciado verbal a una expresión algebraica y por el otro se debe resolver correctamente la ecuación.

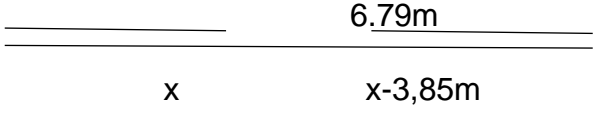
En los siguientes ejemplos se ilustra la forma como se pueden resolver algunos problemas.

¿Cómo se resuelven los problemas?

Ejemplo

Cortar un cable de 6.79m de longitud en dos partes tales que una de ellas mida 3.85 metros más que la otra

Solución

<p>Un esquema gráfico del problema ayuda a su interpretación. Llamamos x un pedazo del alambre y x-3,85 será otro pedazo</p>	 <p style="text-align: center;"> $\overline{\hspace{10em}}$ $\hspace{5em}x \hspace{5em}x-3,85m$ </p>
<p>La suma de los dos pedazos es 6.74m, luego la ecuación que interpreta el enunciado será</p>	$x + (x - 3,85) = 6,79$
<p>Al resolverlo se obtiene:</p>	$2x = 6,79 + 3,85 = 10,64$ $x = \frac{10,64}{2} = 5,32m$
<p>Un pedazo mide 5,32 m y el otro 6,79 - 5,32 = 1,47m</p>	

Problema 2

Al festival de regatas por el río Magdalena asistieron varios concursantes. El ganador recorrió, en su bote, 20 km con la corriente a favor en $\frac{5}{3}$ de hora y 18km con la corriente en contra $\frac{9}{4}$ de hora, ¿Cuál fue la velocidad del bote en aguas tranquilas y cuál es la velocidad del río?

Si llamamos x la velocidad (km/h) del bote en aguas tranquilas y “y” a la velocidad (km/h)

del río, podemos ordenar los datos en la siguiente tabla

	Velocidad del bote	tiempo	Distancia
Rio abajo	$x + y$	$5/3$	20
Rio arriba	$x - y$	$9/4$	18

Ahora podemos plantear las siguientes ecuaciones y transformarlas convenientemente
 $(x+y) \cdot \frac{5}{3} = 20 \rightarrow (x+y) \cdot 5 = (20)(3) \rightarrow 5x + 5y = 60$ dividiendo cada término de la ecuación por 5, encontramos una ecuación equivalente $x + y = 12$ (ecuación 1)

$(x - y) \cdot \frac{9}{4} = 18 \rightarrow (x - y) \cdot 9 = (18)(4) \rightarrow 9x - 9y = 72$, dividiendo cada término de la ecuación por 9, encontramos una ecuación equivalente $x - y = 8$

Formamos ahora el sistema:

1. $x + y = 12$

2. $x - y = 8$

Resuélvelo por cualquiera de los métodos vistos.

Si los has hecho bien los resultados son:

La velocidad del bote en tranquilas es de 10 km/h y la velocidad del rio es de 2km/h

PRACTICO LO QUE APRENDÍ: (Tomado de Nuevo Alfa 9)

1. Resuelve los siguientes sistemas de acuerdo al método que se te indique

a) $2x + 4y = 14$ igualación b) $7x + 9y = -25$
 $3x - 5y = 12$ $4x - 3y = 2$ sustitución

c) $7a + 3b = 2$
 $14a - 3b = -40$ Reducción d) $-2m + 4n = 24$
 $-5m + 2n = 20$ Gráfico

2. Resolver los siguientes problemas

- Dos ángulos son complementarios y su diferencia es $14^\circ 20'$ ¿Cuánto mide cada ángulo?
- La diferencia de dos números es 86 y la suma de los dos números equivale a los $5/2$ del número menor ¿Cuáles son los números?
- Dos ángulos son suplementarios; el cociente entre ellos es $5/4$ ¿Cuántos grados miden cada ángulo?
- La suma de las edades de dos personas es de 30 años y el triple de la edad menor es igual al doble de la edad mayor ¿Cuántos años tiene cada persona?
- La diferencia de las edades de dos personas es de tres años y la razón entre las dos edades es de $5/4$ ¿Cuántos años tiene cada persona?

¿CÓMO SÉ QUE APRENDÍ?

ACTIVIDAD TIPO ICFES

Cada respuesta debe ser sustentada

Para obtener 100 kilos de cierta calidad de café se mezclan café de calidad A de \$4800 el kilo, con café de calidad B de \$3800 el kilo, de tal manera que el café obtenido produzca una ganancia de 15% al ser vendido a \$4600 el kilo.

1. Las ecuaciones que permiten hallar las cantidades de café de cada clase que se debe mezclar son:

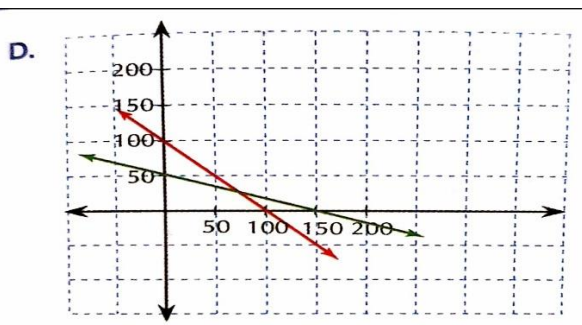
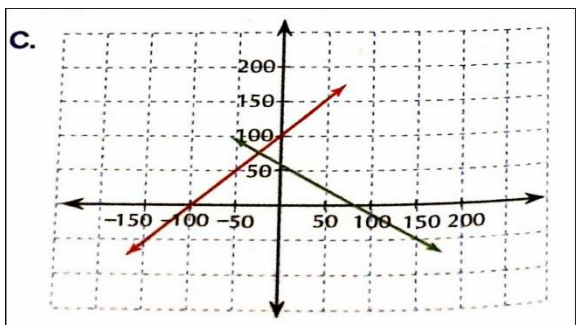
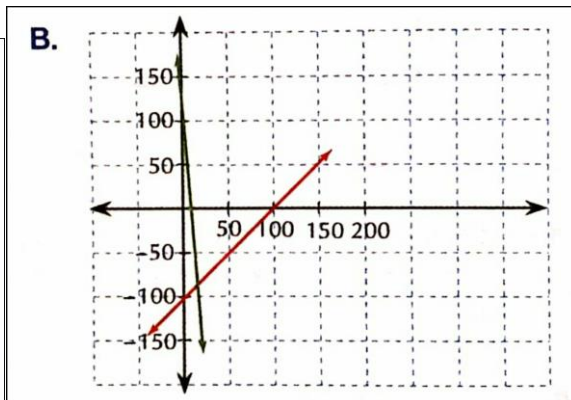
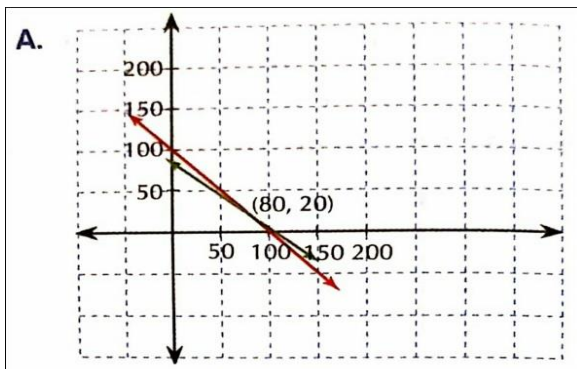
a.
$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 3800x + 4800y + 15\%(3800x + 4800y) = 460.000 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 437x + 552y = 46000 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 38x + 48y = 4600 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} y = 100 - x \\ 57x + 72y = 4600 \end{cases}$$

2. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la situación?



3. La razón entre la cantidad de café de calidad A y la cantidad de café de calidad de B es.
- 4:1 porque debe ser mayor la cantidad de café más barato para poder obtener ganancia
 - 1:4 porque para obtener la calidad deseable se requiere mayor ganancia del café más costoso
 - 2:3 porque la suma 2+3 es un divisor de 100
 - 20:80 porque la suma de las dos cantidades da 100, que son los kilos que se quiere obtener.
4. El dinero invertido en la compra de cada calidad fue:
- \$304 000 en la compra del café de calidad A y \$96 000 en la compra del café de calidad B
 - \$96 000 en la compra del café de calidad A y \$304 000 en la compra de calidad B
 - Un total de \$400 000
 - \$480 000 en la compra del café de calidad A y \$380 000 en la compra del café de calidad
5. Como la ganancia esperada es 15%, entonces el precio total de venta debe ser:
- $3800 \times 100 \times 1,15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra del café calidad B
 - $4800 \times 100 \times 1,15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra del café calidad A
 - $(3800 \times 80 + 4800 \times 20) \times 1,15$ porque este valor supera en 15% el precio de compra de ambos tipos de café
 - $(4800 \times 80 + 3800 \times 20) \times 1,15$ porque este valor supera el 15% el costo total de compra de los dos tipos de café.
- Tomado de Retos Matemáticos

¿QUÉ APRENDÍ? Responde en tu cuaderno.

- ¿Cuál de los métodos te pareció más fácil? ¿Por qué?
- ¿En los problemas fuiste capaz de pasar del lenguaje castellano al lenguaje matemático?
- De cualquier texto de internet saca un problema del tema visto y resuélvelo

“Un hombre solo tiene derecho a mirar a otro hacia abajo cuando ha de ayudarlo a levantarse” Gabriel García Márquez