



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA  
SEÑORA DEL PALMAR**

Código; FR 202 GA

Versión: 001  
Emisión: 2020-08-6

**GUÍA DE APRENDIZAJE**

Actualización:

**GUÍA No: 01    ÁREA: MATEMÁTICAS**

**ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA**

**PERIODO DE COBERTURA DESDE: 7 de febrero    HASTA: 4 de marzo**

**FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 28 DE FEBRERO**

**DOCENTE: MARÍA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ**

**ESTUDIANTE:**

**GRUPO: 10**

**¿QUÉ VOY A APRENDER?**

1. Aplicar proceso de razonamiento para resolver sistemas de ecuaciones lineales
2. Comparar distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales y escoger el más adecuado (gráfico, igualación, sustitución)
3. Relacionar los conceptos de ecuaciones lineales para representar gráficamente su solución.

**CONCEPTOS PREVIOS:**

Para poder solucionar un sistema lineal 2x2 debes de reforzar los siguientes conceptos aprendidos en grado octavo y noveno.

**ECUACIÓN:** Es una igualdad en donde se desconoce uno o más términos que la conforman, por el momento recordaremos ecuación de primer grado en una variable.

**EJEMPLO:** Resolvamos la ecuación:  $2X-5(3X-1) = 10$

Para resolver esta ecuación debes primero aplicar la propiedad distributiva, luego pasar a un lado de la igualdad los términos que contengan la variable y al otro lado del igual deben de quedar los números; por favor resuélvela. Si te ha quedado bien resuelta, el valor es  $X = -5$ . Ahora intenta resolver la siguiente ecuación:  $5(x+1) - 2(x-3) = 50$ ; si la resolviste bien el valor de  $x=13$

**DESPEJE DE VARIABLES:** Recuerda que cuando despejas una variable ella debe quedar sola en uno de los lados del igual.

Dada la ecuación:  $5x-2y=4$  vamos a despejar la variable "Y".

Para despejar la variable Y recuerda la propiedad uniforme que con el tiempo hemos aprendido que lo que suma pasa después del igual a restar lo que resta pasa a sumar, lo que multiplica pasa a dividir, y lo que divide pasa a multiplicar con esta información despeja la variable Y compara lo que has hecho con la solución que vas a ver

$$5x - 2y = 4$$

$$-2y = -5x + 4$$

$$y = \frac{-5x}{-2} + \frac{4}{-2}$$

$$y = \frac{5}{2}x - 2$$

esta ecuación corresponde a una función lineal de pendiente  $m = \frac{5}{2}$

**FUNCION LINEAL:** Una función de grafica lineal es aquella que tiene la forma  $f(x)=m(x)+b$  se puede expresar como  $y= m(x) + b$ . sí observas esta es una ecuación que tiene 2 variables la x y la “y”, en ambas variables su exponente es 1. Si graficamos funciones de esta forma su representación gráfica será una línea recta.

Para graficar una recta basta con que conozca 2 puntos de ella (uno de los postulados de Euclides).

En grado noveno aprendiste que la forma más rápida de graficar una línea recta es con los interceptos con los ejes de coordenadas cartesianas.

Vamos a graficar la siguiente función de grafica lineal:  $f(x)=2x+4$

Vamos a encontrar los interceptos con los ejes de coordenadas

x	0	-2
y	4	0

Comprueba que estos son los cortes y por favor gráfica.

La ecuación de una línea recta la puedes encontrar así

$$f(x)=mx+b$$

$$y = mx+b, \text{ (forma explícita)}$$

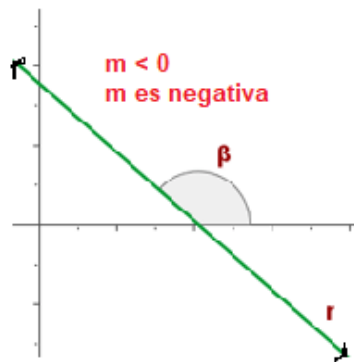
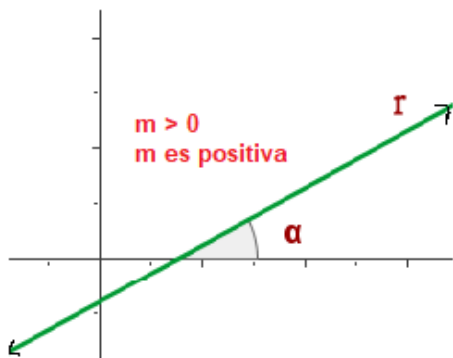
$ax+by+c = 0$ , (forma implícita); en donde a, b, c son números reales

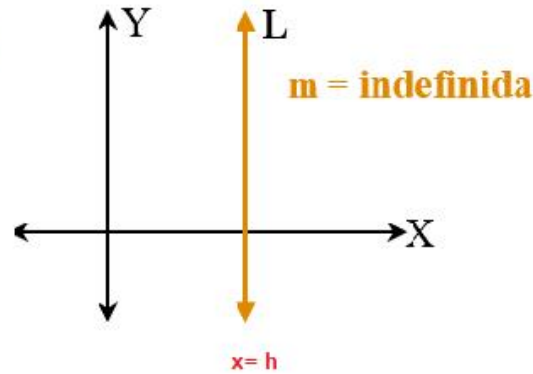
Ahora la siguiente recta que esta expresada en forma implícita, exprésala en forma explícita, despejando la variable “m”

$5y + \frac{1}{2}x - 4 = 0$ , si lo haces bien al despejar “m” te resulta la ecuación  $y = -\frac{1}{10}x + \frac{4}{5}$  la variable despejada recibe el nombre de **variable dependiente** y la variable que esta sin despejar recibe el nombre de **variable independiente** (cuando estas en el laboratorio es la variable a la que puedes cambiarle los valores) El número  $-\frac{1}{10}$  recibe el nombre de pendiente y se simboliza con la variable “m” Si el valor de  $m > 0$ , la recta forma un ángulo agudo con el eje de la variable independiente. Si el valor de  $m < 0$  la recta forma un ángulo obtuso con el eje de la independiente.

Si el valor de  $m = 0$  la recta sería paralela al eje de la variable independiente.

Grafica la recta  $= -\frac{1}{10}x + \frac{4}{5}$ , después de graficarla vas a observar que el ángulo que forma la recta con el eje “x” es obtuso o sea mayor de  $90^\circ$





copia en su cuaderno de matemáticas un ejemplo de los videos de los siguientes enlaces.

<https://www.youtube.com/watch?v=MarxIS1I0fc>

<https://www.youtube.com/watch?v=1pp9R1krezY>

### LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Vamos a aprender a resolver un sistema lineal 2x2

Un sistema de ecuaciones lineales consiste en un conjunto de ecuaciones lineales que se resolverán simultáneamente. Hallar la solución de un sistema lineal 2x2 consiste en encontrar una solución común a las dos ecuaciones del sistema.

Para resolver un sistema 2x2 existen varios métodos, los estudiaremos todos para poder elegir al resolver problemas el que más se adecue a la situación, pero mínimo debes aprender muy bien uno de los métodos. Estudiaremos el método gráfico y 4 métodos algebraicos.

### MÉTODO GRÁFICO

Un sistema de dos ecuaciones lineales, con dos variables, se soluciona gráficamente determinando el conjunto de todos los pares ordenados que corresponden a la intersección de las gráficas de las dos ecuaciones lineales.

El sistema puede tener:

- Una única solución, entonces las rectas se cortan en un solo punto.
- Infinitas soluciones, entonces las rectas coinciden, decimos que el sistema es consistente.
- Ninguna solución, entonces las rectas no se cortan decimos que el sistema es incompatible o inconsistente y al graficarlas son rectas paralelas, es decir las dos rectas tienen la misma pendiente.

Vamos a graficar en un solo plano cartesiano los 2 siguientes sistemas

#### EJEMPLO 1:

1.  $Y+X=3$
2.  $Y=X+1$

Lo primero que debes hacer es comprobar que ambas son lineales. Como puedes observar la ecuación (1) está escrita de forma implícita y la ecuación (2) en forma explícita.

Vamos a despejar en ambas ecuaciones la variable “y”

1.  $Y + X = 3$   
 $Y = -X + 3$

Vamos a encontrar los interceptos de cada una

$Y = -X + 3$

X	0	3
Y	3	0

Esta recta pasa por los puntos de coordenada (0,3) y (3,0)

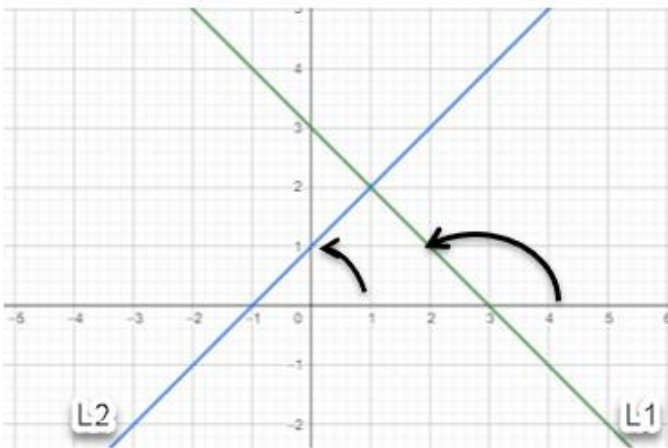
2.  $Y = X + 1$

aquí esta despejada la variable Y

$Y = X + 1$

X	0	-1
Y	1	0

Esta recta pasa por los puntos de coordenadas (0,1) y (1,0)



Si observas las dos rectas  $L_1$  y  $L_2$  son perpendiculares (forman ángulos rectos al cortarse), esto se debe a que el producto de sus pendientes es igual a  $-1$

$m_1 \cdot m_2 = -1$  entonces  $L_1 \perp L_2$

La pendiente de  $L_1 = -1$  y la pendiente de  $L_2 = 1$ . La recta  $L_1$  forma un ángulo obtuso con el eje X. La recta  $L_2$  forma un ángulo agudo con el eje X. El sistema es de solución única y se llama consistente y el punto (1,2) pertenece a ambas ecuaciones.

**EJEMPLO 2:**

Vamos a resolver gráficamente el siguiente sistema

- $4x + 2y = 8$
- $4x + 2y = -2$

Expresamos ambas ecuaciones en forma explícita despejando la variable Y, para graficar encontramos los interceptos con los ejes de coordenadas

1).  $4x + 2y = 8$

$2y = -4x + 8$

$y = \frac{-4x+8}{2}$

$y = -2x + 4$

X	0	2
Y	4	0

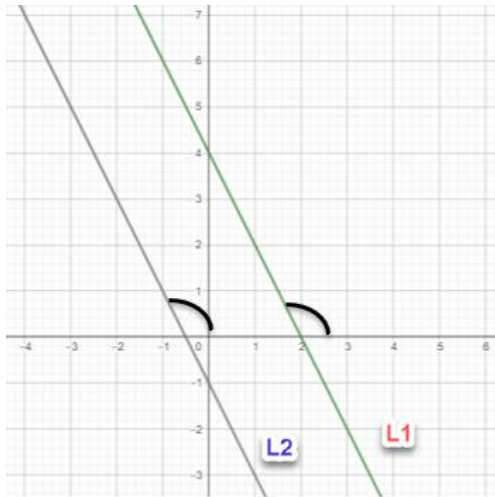
2).  $4x + 2y = -2$

$2y = -4x - 2$

$y = \frac{-4x-2}{2}$

$y = -2x - 1$

X	0	$-\frac{1}{2}$
Y	-1	0



Si observas las rectas por ser paralelas no se intersecan la solución del sistema es vacía, porque las 2 rectas no tienen ningún punto en común; en este caso se dice que el sistema es inconsistente

### EJEMPLO 3:

Vamos a resolver el siguiente sistema

1.  $2X - 3y = -1$
2.  $4X - 6y = -2$

Despejemos en ambas ecuaciones las variables Y

$$\begin{aligned}
 1. \quad & 2x - 3y = -1 \\
 & -3y = -2x - 1 \\
 & y = \frac{-2}{-3}x - \frac{1}{-3} \\
 & y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & 4x - 6y = -2 \\
 & -6y = -4x - 2 \\
 & y = \frac{-4}{-6}x - \frac{2}{-6} \\
 & y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

SIMPLIFICAMOS

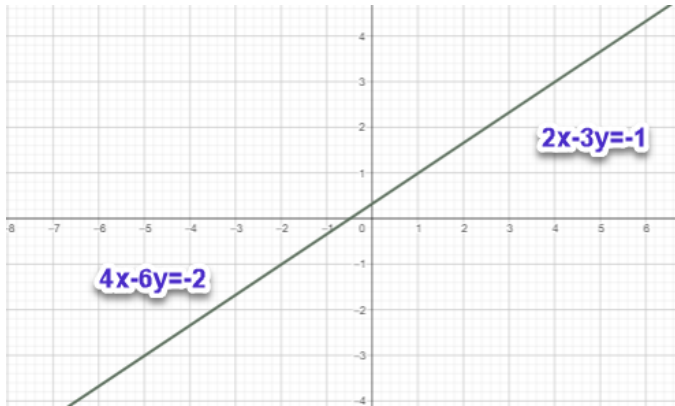
Ahora encontremos los interceptos

X	0	$\frac{1}{2}$
Y	$-\frac{1}{3}$	0

X	0	$\frac{1}{2}$
Y	$-\frac{1}{3}$	0

Si observas nos da la misma ecuación. Estas 2 ecuaciones son equivalentes basta con que multipliquemos cada término de la ecuación (1) y obtendremos la (2); es la misma recta con nombre y apodo

A este tipo de sistemas lo llamamos consistentes y su solución es infinita porque cada punto de recta sería solución y como ya ustedes saben una recta tiene infinitos puntos



## Métodos Algebraicos para resolver un sistema lineal 2 por 2

### Recordatorio:

El coeficiente de una incógnita es el número que la multiplica. Por ejemplo,

- el coeficiente de  $2x$  es 2,
- el coeficiente de  $x$  es 1,
- el coeficiente de  $-x$  es -1.

### Método de igualación:

Para resolver un sistema lineal 2 por 2 procedemos así:

1. Despejamos en ambas ecuaciones la misma variable
2. Aplicando la propiedad transitiva igualamos los 2 despejes quedando una ecuación en una sola variable
3. Resolvemos la ecuación que resulta, al resolverla nos da el valor de una de las variables, con este valor regresamos a uno de los despejes par encontrar el valor de la otra variable

### EJEMPLO 1

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$$

1. Despejamos una incógnita en las dos ecuaciones

Escogemos despejar la incógnita  $x$ :

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 + y \\ x = -1 - 2y \end{cases}$$

2. Igualamos las expresiones

Como  $x = x$ , podemos igualar las expresiones obtenidas:

$$5 + y = -1 - 2y$$

3. Resolvemos la ecuación

Resolvemos la ecuación de primer grado obtenida:

$$5 + y = -1 - 2y$$

$$2y + y = -1 - 5$$

$$3y = -6$$

$$y = -\frac{6}{3}$$

$$y = -2$$

4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo

Sustituimos el valor de la incógnita y en alguna de las expresiones calculadas anteriormente (la primera, por ejemplo):

$$x = 5 + y$$

$$x = 5 - 2$$

$$x = 3$$

La solución del sistema es

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$$

### EJEMPLO 2:

Resolver el siguiente sistema por el método de **igualación**:

$$\begin{cases} x = \frac{3y - 5}{2} \\ 2y + x = 15 \end{cases}$$

### Solución

1. *Aislamos la incógnita x en la segunda ecuación (en la primera ya está aislada)*

$$2y + x = 15 \rightarrow$$

$$x = 15 - 2y$$

2. *Igualamos las expresiones*

$$\frac{3y - 5}{2} = 15 - 2y$$

3. *Resolvemos la ecuación*

El 2 del denominador pasa al otro lado multiplicando:

$$\frac{3y - 5}{2} = 15 - 2y$$

$$3y - 5 = 2 \cdot (15 - 2y)$$

$$3y - 5 = 30 - 4y$$

$$3y + 4y = 30 + 5$$

$$7y = 35$$

$$y = \frac{35}{7} = 5$$

4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo el valor de la incógnita y en la primera ecuación

$$x = \frac{3y - 5}{2}$$
$$x = \frac{3 \cdot 5 - 5}{2}$$
$$x = \frac{15 - 5}{2}$$
$$x = \frac{10}{2} = 5$$

La solución del sistema es

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$$

### EJEMPLO 3:

Vamos a resolver el siguiente sistema por el método de igualación

1.  $2X - 3Y = 1$
2.  $4X - 6Y = 2$

Despejemos en ambas variables la variable Y

$$\begin{array}{ll} 2x - 3y = 1 & 4x - 6y = 2 \\ -3y = -2x + 1 & -6y = -4x + 2 \\ y = \frac{-2}{-3}x + \frac{1}{-3} & y = \frac{-4}{-6}x + \frac{2}{-6} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} & y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \end{array}$$

Igualamos los 2 despejes:

$$\frac{2}{3}X - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}X - \frac{1}{3}$$
$$\frac{2}{3}X - \frac{2}{3}X = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$0=0$  lo cual es verdadero, esto nos indica que el sistema es consistente y que la solución es infinita.  $S = \{\infty\}$

**Método por sustitución:** Para resolver un sistema lineal 2 por 2 por el método de sustitución procedemos así

1. Despejamos una de las 2 incógnitas en cualquiera de las 2 ecuaciones
2. Sustituimos la expresión hallada, en el paso anterior, en la otra ecuación del sistema y despejamos la incógnita
3. Reemplazamos el resultado que encontramos en el paso 2 en la ecuación del paso 1 y hallamos el valor correspondiente a la otra incógnita. Si quieres verifica

### EJEMPLO 1

Resolvamos el siguiente sistema por

1. sustitución  $Y + X = 3$
2.  $Y = X + 1$



Como en la ecuación 2 ya está despejada la Y, la sustituimos en la ecuación 1

$$Y+X= 3$$

$$X+1+X = 3$$

$$2X=3-1$$

$$2X= 2$$

$$X= 1$$

Con el valor de X=1 vamos a la ecuación (2) donde esta despejada la Y

$$Y= X + 1$$

$$Y = 1+ 1$$

$$Y=2 \quad S= \{(1, 2)\}$$

**EJEMPLO 2:** Resolvamos el siguiente sistema por sustitución

$$1. 4X + 2Y = 8$$

$$2. 4X+ 2Y= -2$$

Despejemos en la ecuación (1) la variable

$$Y1. 4X+2Y= 8$$

$$4X= -2Y +8$$

$$X = \frac{-2Y+8}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}y + 2$$

Sustituimos el valor de X en la ecuación (2)

$$4x + 2y = -2$$

$$4\left(-\frac{1}{2}Y + 2\right) + 2Y = 2$$

$$-2Y + 8 + 2Y = 2$$

$$-2Y + 2Y = 8- 2$$

$$0= 6 \text{ (Falso)}$$

$$S=\emptyset$$

**EJEMPLO 3**

Resolver el siguiente sistema por el método de **sustitución**:

$$\begin{cases} 2x = 12 + 2y \\ 3y - 2x = 5y \end{cases}$$

1. Aislamos la incógnita  $x$  en la primera ecuación

$$2x = 12 + 2y \rightarrow$$

$$x = \frac{12 + 2y}{2} \rightarrow$$

$$x = 6 + y$$

2. Sustituimos la incógnita en la otra ecuación

$$3y - 2x = 5y \rightarrow$$

$$3y - 2 \cdot (6 + y) = 5y$$

**Nota:** No olvidéis escribir el paréntesis al sustituir.

3. Resolvemos la ecuación obtenida

$$3y - 2 \cdot (6 + y) = 5y$$

$$3y - 12 - 2y = 5y$$

$$5y - 3y + 2y = -12$$

$$4y = -12$$

$$y = -\frac{12}{4} = -3$$

4. Calculamos la otra incógnita sustituyendo

$$x = 6 + y$$

$$x = 6 - 3$$

$$x = 3$$

La solución del sistema es

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

### PRACTICO LO QUE APRENDI:

Antes de empezar la actividad mira estos 2 videos

<https://www.youtube.com/watch?v=oQQfG1zIPMc>

<https://www.youtube.com/watch?v=apPXOIznRhg>

1. Resolver las siguientes ecuaciones:

A.  $\frac{1}{4}x - x = \frac{1}{9}$

B.  $2 - x = x - 8$

C.  $1 - \frac{x}{3} = \frac{5x}{3}$

D.  $1 + \frac{1}{2}(4x - 6) = -2$

Tomado del Libro Ingenio Matemático 9

2. Despejar la variable que se indique en cada caso

A. Despeja  $x$  en la ecuación  $z = rt - wa + dx$

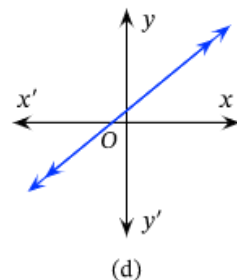
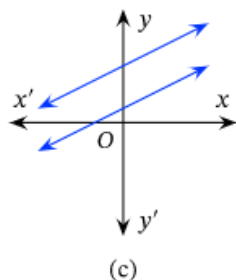
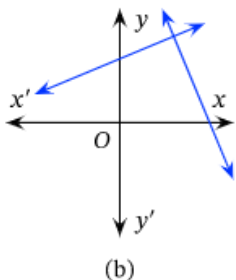
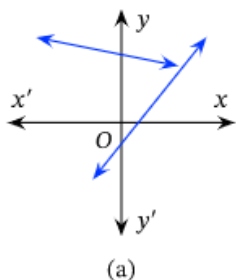
B. Despeja  $z$  en la ecuación  $xs = rtz$

C. Despeja « $y$ » en la ecuación  $r + y - s = q$ .

D. Despeja  $b$  en la ecuación  $A = \frac{9}{5}(b + 1)$ ;

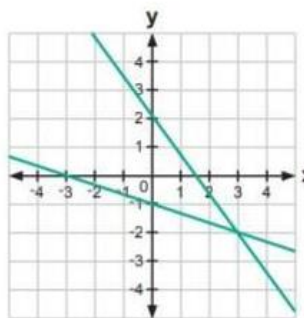
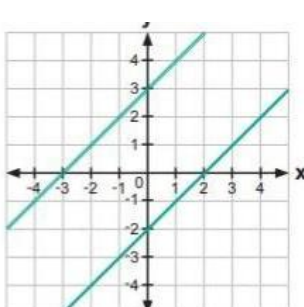
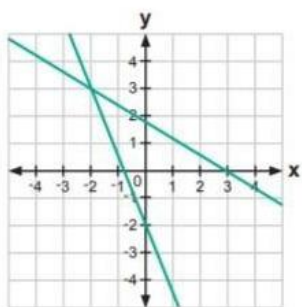
E. Despeja  $V_0$ , en la ecuación  $V_f = V_0 + a * t$

3. ¿Cuál de los siguientes gráficos podría representar un sistema de ecuaciones lineales sin solución?



4. Para cada gráfica:

- Encuentro la solución del sistema
- Hallo la ecuación de cada pareja de rectas



Tomado del libro Retos Matemáticas 9

### ¿COMO SE QUE APRENDI?

Tareas para evaluar conocimientos construidos y los diferentes desempeños de las habilidades desarrolladas que fueron objeto de aprendizaje. Entregable:

1. Resuelve cada sistema según el método indicado:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ -3x + 3y = 5 \end{cases}$$

Sustitución

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

igualación

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

Sustitución

2. Razona si el punto  $(x, y)$  es solución del sistema:

a)  $x = 3, y = 4 \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$

b)  $x = 1, y = 2 \rightarrow \begin{cases} 5x - 3y = -1 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$

Tomado del Libro Matemáticas Con Énfasis en Competencias 9

Para el plan **Lector – Bilingüismo** vamos a hacer la traducción del libro Juanito el niño diferente de la profesora **JUDITH MARILETH MOSQUERA M.**

### **JUANITO THE DIFFERENT CHILD**

Juanito was a humble child who lived on a farm on the Sade of the city of Palmira, with this parent and three brothers, they were responsible for caring for the farm, which had a main crop of oranges which were collected every Friday in the afternoon. Juanito helped his parents since he was the eldest son.

He always comes to the school: Educational Institute "My Beautiful sunrise" well presented and with the tasks to meet smiling and waving to everyone who was there.

**Efectúa la traducción.**

### **PLAN LECTOR**

3. Vamos a realizar la siguiente lectura de como surgen los sistemas lineales 2x2 Tomado del Libro Nuevo Alfa 9

Después de hacer la lectura, en tu cuaderno realiza un resumen de 10 a 15 renglones.

**¿Cómo surgió?** El matemático francés René Descartes (1596-1650), a través de sus estudios, logró mostrar cómo pueden interpretarse geoméricamente las operaciones algebraicas. Una de sus obras, La Geometría, la dedica a la aplicación del álgebra a la geometría y de la geometría al álgebra. Descartes se dio cuenta de que todas las propiedades de una curva en el plano pueden determinarse conociendo su ecuación con dos incógnitas. Un contemporáneo de Descartes, el también francés Pierre de Fermat (1601-1665), interesado en la representación gráfica de las soluciones de ecuaciones, trabajó en su libro Introducción a los lugares geoméricos planos y sólidos lo relacionado con el tema. Concentró su atención en la representación de la ecuación lineal y eligió un sistema de coordenadas arbitrario para graficarla. En primer lugar, trabajó la ecuación de la forma  $Dx = By$ , cuya gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas, como una semirrecta con origen en el origen de coordenadas, ya que Fermat, al igual que Descartes, no utilizaba abscisas negativas. La ecuación general de la recta la representaba mediante un segmento rectilíneo (o una semirrecta) en el primer cuadrante, con origen en los ejes coordenados.

El matemático francés Etienne Bézout (1730-1783) presentó, en 1764, a la Academia de París, un tratado titulado Teoría general de ecuaciones algebraicas, donde enuncia un conjunto de reglas para resolver sistemas de  $n$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas, o un sistema de ecuaciones con una o más incógnitas, en el que se busca una condición sobre los coeficientes, para que el sistema tenga al menos una solución.

#### **¿QUE APRENDI?**

Estas preguntas te servirán de auto evaluación

1. ¿Recordaste cómo se resuelve una ecuación de primer grado en una variable?  
Explícalo con tus palabras
2. De lo visto en la guía que fue lo que más se te dificultó. ¿por qué?
3. ¿Aprendiste a resolver un sistema lineal 2x2 por alguno de los 3 métodos vistos (grafico, igualación, sustitución)?
4. ¿Cómo crees que puedes mejorar en tu proceso académico?

**“Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber “ALBERT EINSTEIN**