	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA DE APREDIZAJE	Actualización:

GUÍA No: 3 ÁREA: Matemáticas	**ASIGNATURA: Trigonometría**
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 4 DE ABRIL	**HASTA: 13 DE MAYO**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: SEMANA DEL 9 AL 13 DE MAYO	
DOCENTE: María Islandia Espinosa Sánchez y Subleyman Ivonne Usman Narváez	
ESTUDIANTE:	**GRUPO: 10**

"UNA PERSONA QUE NUNCA HA COMETIDO UN ERROR NUNCA INTENTA NADA NUEVO"

Albert Einstein.

¿QUE VOY A APRENDER?

- Explicar cómo se forman un número complejo
- Efectuar las operaciones: suma, resta, multiplicación, división de complejos
- Representar gráficamente un complejo
- Expresar en forma compleja la solución de una ecuación cuadrática
- Identificar las potencias imaginarias
- Graficar en el plano de Argand

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

CONCEPTOS PREVIOS

Realicemos la siguiente lectura para que entiendas por que fue necesario ampliar el conjunto de los números reales al conjunto de los números complejos.

¿QUE VAMOS A APRENDER?

En esta guía realizaremos la insuficiencia del sistema de los numero reales para resolver las diferentes situaciones en las que aparecen números negativos como cuadrados de otros números. Explicaremos la necesidad de resolver $X^2 = -1$ ampliando el sistema **R**, de los números reales, definiendo el imaginario **i** como la raíz cuadrada de -1. Identificaremos los puntos del plano con vectores cuyo punto inicial es (0,0).

¿PARA QUE NOS SIRVE?

En el sistema de los números complejos no solo resolveremos la ecuación general de segundo grado sino que entraremos en contacto con una herramienta que ha permitido a los físicos e ingenieros expresar las ecuaciones que describen fenómenos físicos como el movimiento armónico (ondulatorio), la resonancia en la naturaleza (motivada por los terremotos, por ejemplo) y la corriente calórica debida a cambios de temperatura) y eléctrica.

Tomado de matemáticas con énfasis en competencias 9

1. Comprueba que el cuadrado de todo número real, es un número positivo, es decir que no existen números reales cuyo cuadrado sea un número negativo
2. Represента gráficamente las parejas de números reales

   $a.\left(-\frac{1}{3},-\frac{3}{8}\right)$ $b.\left(\frac{4}{5},0\right)$ $c.(0,11)$ $d.(-\frac{1}{2},\frac{2}{3})$

3. sobre un plano cartesiano, dibujo la flecha que parte del origen (0,0) y termina en el punto indicado, luego establezco el ángulo positivo que forma la flecha con el semieje positivo de X

   a) (3,3) b) (0,5) c) (-2,0) d) (-3,7)

   Adaptada de nuevo alfa 9

4. ¿Cuál es la raíz cuadrada de -4?

Para dar solución a esta raíz, se tuvo que ampliar el conjunto de los reales a uno nuevo llamado “Conjunto de los números complejos”

$$\sqrt{-4} = \sqrt{(4)(-1)} = \sqrt{4}\,.\sqrt{-1} = \pm 2i$$

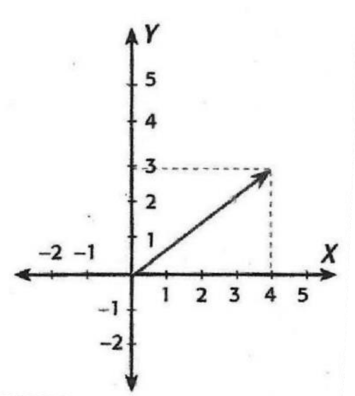
A la $\sqrt{-1}$ se le llamo unidad imaginaria

$\boldsymbol{i} = \sqrt{-1}$ elevamos ambos lados al cuadrado $(\sqrt{-1})^2\,(i)^2$ $\boldsymbol{i^2} = -1$

Un número complejo puede escribirse en la forma $Z = a + bi$, en donde a se llama parte realy bi parte imaginaria.

Grafica de un numero complejo

Los números complejos se grafican en un plano llamado Plano de Argand, este plano es muy similar al plano cartesiano, aquí al eje x lo llamaremos eje real y al eje y lo llamaremos parte imaginaria.



Ahora grafiquemos en el plano de Argand los siguientes números complejos

a) $2+2i$ b) $-2-3i$ c) $-3+0i$ d) $0+4i$

Algebra de los números complejos

Los números $0, -1, \frac{1}{2}$, $, e\ y\ \sqrt{3}$ son reales, porque no tienen partes imaginarias

Los números $i, 3i, \sqrt{5i}\ , y\ \sqrt{2i}$ son imaginarios porque contienen solo el número i multiplicado por un coeficiente real distinto de cero.

Veamos cómo se operan los números complejos. Es decir, como se suman, como se restan, como se multiplican y como se dividen.

Adición de complejos

Para sumar dos números complejos se suman las partes reales y las partes imaginarias por separado.

EJEMPLO

Hallar la suma de $(2+7i) + (4+6i)$

SOLUCIÓN

$(2+7i) + (4+6i) = (2+4) + (7I+6i) = 6+13i$

EJEMPLO

Calcular la suma de $(-2+3i)\ y\ (1+i)$

SOLUCIÓN

$\boldsymbol{(-2+3i) + (1+i) = (-2+1) + (3i+1) = -1+4i}$

En general: $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (bi+di) = (a+b) + (b+d)i$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Para restar dos números complejos se procede de manera similar que la suma.

EJEMPLO

Calcular: $(-4+i) - (2+7i)$

SOLUCIÓN

$(-4+i) - (2+7i) = (-4-2) + (1-7)i = -6-6i$

EJEMPLO

$(1+i)—(2-3i)=(1—2)+(i-(-3i)=3+4i$

En general: $(a+bi)-(\ c+di)=(a-c)+(bi-di)=(a-c)+(b-d)i$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Para multiplicar números complejos se aplica la propiedad distributiva, usando $i^2=-1$.

EJEMPLO

Calcular el producto de $(2+7i)$ con $(4-6i)$

SOLUCIÓN

$$
\begin{aligned}
(2+7i)(4-6i) &= 2(4-6i)+7i(4-6i)\\
&= 8-12i+28i-42i^2\\
&= 8-12i+28i-42(-1)\\
&= 8-12i+28i-42\\
&= 50+16i
\end{aligned}
$$

EJEMPLO

Calcular el producto de $(4-6i)(4+6i)$

SOLUCIÓN

$(4-6i)(4+6i)$

$4(4+6i)-6i(4+6i)$

$16+24i-24i-36i^2$

$16+0-36(-1)$

$16+36$

$52+0i$

En general

$$(a+bi)(c+di)=a(c+di)+bi(c+di)$$

$$=ac+adi+bci+bdi^2$$

$$=ac+adi+bci+bd(-1)$$

$$=ac+adi+bci-bd$$

$$=(ac-bd)+ad+bc)i$$

LAS POTENCIAS DE i

A partir de la expresión: $i^2=-1$se pueden calcular otras potencias de i, así:

$i^3=ixi^2=i(-1)=-1$

$i^4=i^2xi^2=(-1)(-1)=1$

$i^5=ixi^4=ix1=i$
y así sucesivamente.

CONJUGANDO DE UN NUMERO COMPLEJO

Dos números complejos se llaman conjugados si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias son opuestas. El conjugado del número $z=a+bi$, se simboliza así: $\bar{z}=a-bi$

EJEMPLO

El conjugado de $3+i$ es $3-i$.

EJEMPLO

El conjugado de $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}i$ es $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}i$

DIVISIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Para dividir números complejos se multiplica el dividendo y el divisor por el conjugado del divisor.

EJEMPLO

Calcular: $\frac{2+7i}{4-6i}$

SOLUCIÓN:

Se multiplica y se divide la expresión por el conjugado de $4 - 6i$

$$\frac{2+7i}{4-6i} * \frac{4+6i}{4+6i} = \frac{8+12i+28i+42i^2}{16-36i^2}$$

$$\frac{2+7i}{4-6i} = \frac{8+12i+28i+42(-1)}{16-36(-1)}$$

$$\frac{2+7i}{4-6i} = \frac{8+12i+28i-42}{16+36}$$

$$\frac{2+7i}{4-6i} = \frac{-34+40i}{52}$$

$$\frac{2+7i}{4-6i} = -\frac{34}{52} + \frac{40i}{52}$$

Vamos a practicar

Dados los complejos:

$z_1(-2,7)$

$z_2(\frac{1}{2},3)$

Efectuar:

a. $z_1 + z_2$
b. $z_1 - z_2$
c. $z_2 - z_1$
d. $z_1 \,.\, z_2$
e. $z_2 \,.\, z_1$
f. $\frac{z_1}{z_2}$
g. $\frac{z_2}{z_1}$

PRACTICO LO QUE APRENDÍ:

https://www.youtube.com/watch?v=DNUhQFZhuOE

https://www.youtube.com/watch?v=Qv_bvmJJfV0&t=109s

1. Efectúa las operaciones indicadas

a. i^{11} b. $(-i)^{13}$ c. $(-i)^{-13}$

2. En cada una de las siguientes expresiones encuentra el valor de x e y que satisfagan las igualdades dadas:
   a. $(5-3i) = 2x + 3 + yi$
   b. $3x + 5 = 2x - 6i$
   c. $8 - 5i = (x + y) + (x - y)\,i$
3. Escribe el numero dado en la forma $a + bi$

a. $(1-i)^2$ b. $\frac{2+i}{3-i} - \frac{4+i}{1+2i}$ c. $\frac{6-7i}{5+i}$

i

¿COMO SE QUE APRENDÍ?:

Tomado de Retos Matemáticos 9°

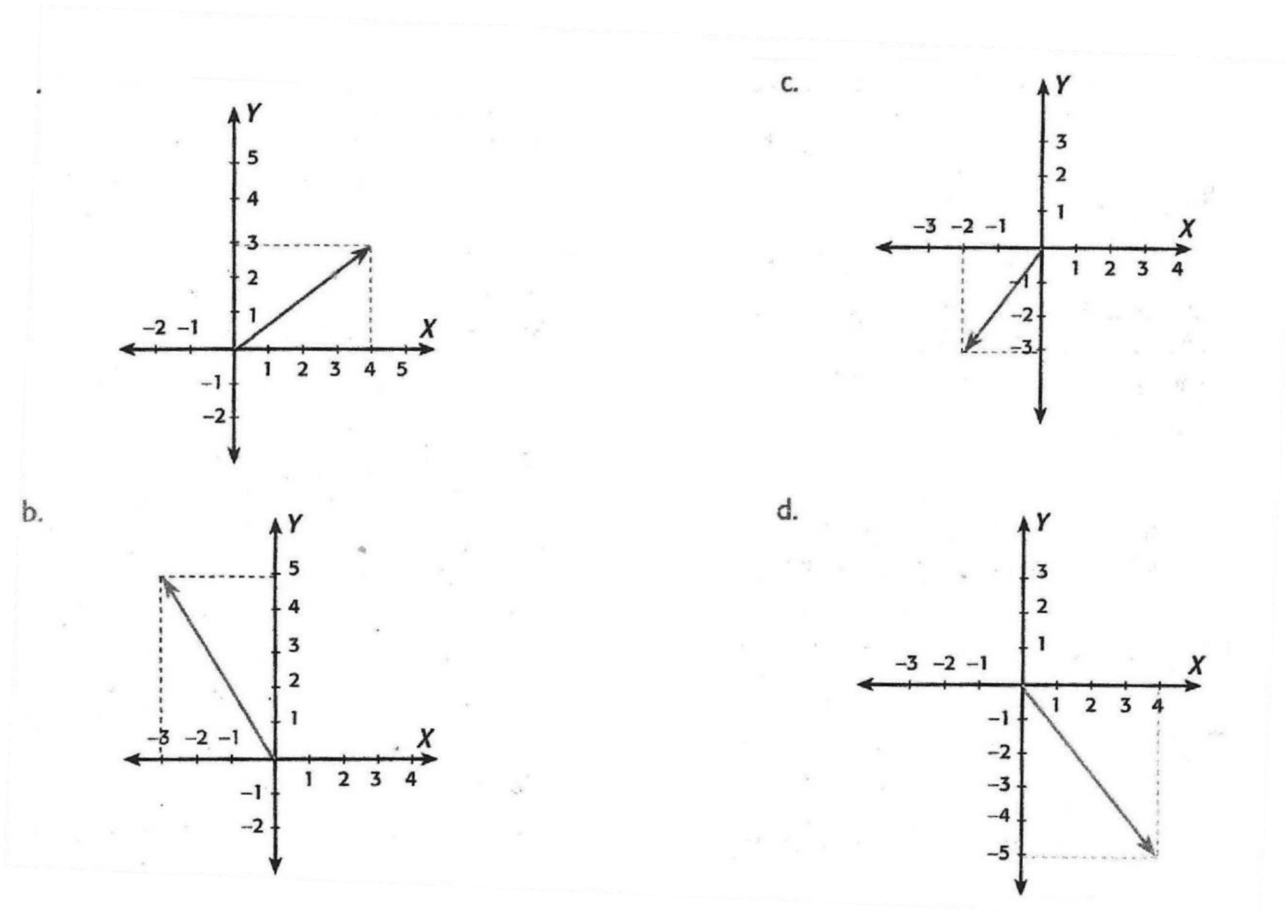
Realizar la actividad en tu cuaderno de matemáticas

Antes de empezar observa el siguiente video.
https://www.youtube.com/watch?v=b18Nnd5sXGk

https://www.youtube.com/watch?v=ygJ6Tvda_Uc

1. Calcula la norma de los siguientes complejos.
   a. $(4+i)$ b. $2i(i-1)$ c. $3-2i$

2. Escribe el número complejo que está representado en cada plano.



3. PLAN LECTOR

Un poco de historia

Revisemos el desarrollo histórico de los números complejos haciendo una analogía con los números negativos.

Al principio, las personas pensaban que los números eran solo herramientas para contar; su concepto de “cinco o “diez” se relacionaba con “cinco flechas” o “diez piedras”; no estaban conscientes de que existieran los números negativos.

Cuando se introdujeron estos, se les vio solo como un medio para resolver ecuaciones como $x + 2 = 1$ se consideraban “no números” o, en latín, “números negativos”. De esta forma, aun cuando las personas empezaron a usar números negativos, no se les veía como existentes en la misma forma que los positivos.

Un matemático del pasado podía haber razonado: “el número cinco existe porque puedo tener cinco monedas en mi mano”. Pero ¿Cómo tener -5 monedas en mi mano? ¿quiere decir que a alguien se las debo?

Nos hemos dado cuenta que los números negativos son tan reales como los positivos, y que en algunos casos pueden tener un significado físico, aun cuando no sirvan para medir longitudes o llevar el marcador de un juego de pelota. Uno de los usos que se le dan en la actualidad es para referenciar las temperaturas.

Cuando se introdujeron los números complejos, también se les vio solo como un medio para resolver ecuaciones como $x^2 - 2x + 2 = 0$, cuya solución "no existía".

De esta forma, aun cuando las personas empezaron a usar números complejos, no se les veía como existentes en la misma forma que los reales.

Los números complejos son tan útiles que hoy se usan para estudiar el movimiento de las ondas en circuitos eléctricos.

Tomado de nuevo alfa 9

4. Continuemos haciendo la traducción del cuento de la profesora Judith Marileth Mosquera.

His fifth grade classmates apreciated him so much because he was a different child, was pending when a friend was sad or missing classes, asked why and was called or went to visit him on the way to his house. If it was necesarry he lent his notebooks to be returning clases no to late.

When he saw a sad class mate he approached him and asked him his situation and encourage him that he trusted in God and the Exchange rate its difficulty.

QUE APRENDÍ

1. ¿Eres capaz de graficar un número complejo? haz un ejemplo.
2. Encuentra la norma del complejo $z = -3 + 4i$
3. ¿puedes realizar las operaciones con los números complejos? Haz un ejemplo de cada operación.
4. ¿Qué fue lo más difícil de la guía?