	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA DE APRENDIZAJE	Actualización:

GUÍA No.7	**ÁREA: MATEMÁTICAS**	**ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA**
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 12 DE SEPTIEMBRE		**HASTA: 18 DE NOVIEMBRE**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: SEMANA DEL 7 AL 11 DE NOVIEMBRE		
DOCENTE: MARÍA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:		**GRUPO: 10**

"A la cima no se llega superando a los demás, sino superándote a ti mismo"

¿QUE VOY A APRENDER?

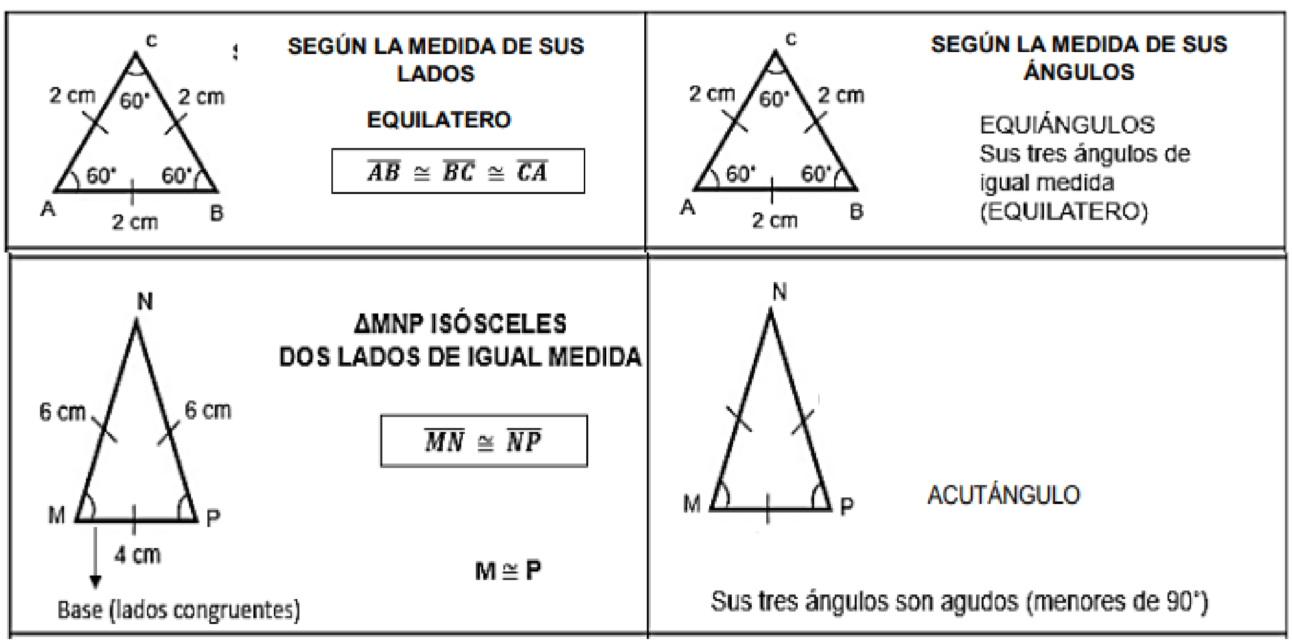
Objetivos de aprendizaje

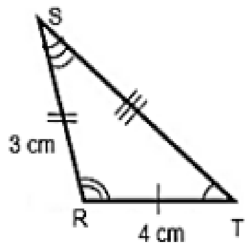
- Establecer una correspondencia entre diferentes sistemas de medición de ángulos (grados sexagesimal -radianes).
- Establecer relaciones entre las medidas de los lados de un triángulo rectángulo (Teorema de Pitágoras).
- Identificar y dibujar ángulos en: posición normal, complementarios, suplementarios, coterminales.
- Utilizar factores de conversión en el sistema Sexagesimal.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

CONCEPTOS PREVIOS

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

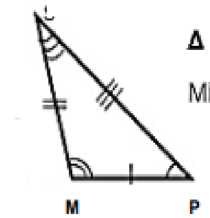




Δ RST ESCALENO

SUS LADOS SON DE DIFERENTE TAMAÑO

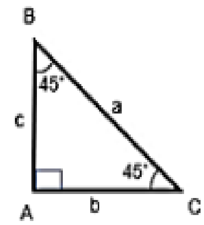
"ESTUDIA NO PARA SABER ALGO MÁS, SINO PARA SABER ALGO MEJOR"



Δ PMN OBTUSÁNGULO

Mide más de 90°, pero menos de 180°

∡ M es Obtuso



RECTÁNGULO

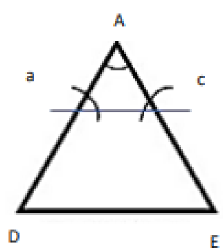
Tiene un ángulo recto (90°) los lados que forman el ángulo de 90° se llaman **catetos** (c y b), el lado que se opone al ángulo de 90° se llama **hipotenusa** (a) (es el lado de mayor medida)

CRITERIO DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes cuando tiene sus ángulos respectivamente congruentes y sus lados proporcionales.

Para saber si dos triángulos son semejantes existen 3 criterios:

1) Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales

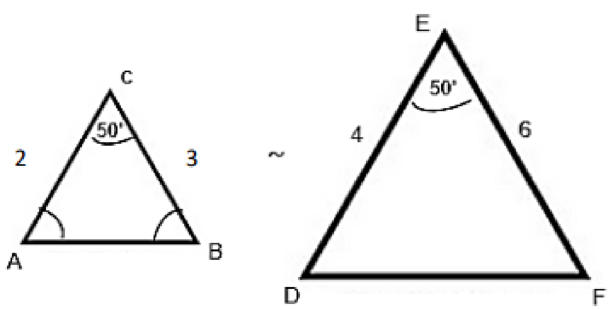


Δ ABC ~ Δ ABC

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$$

∡ A , ≡ ∡ A
∡ B , ≡ ∡ D
∡ C , ≡ ∡ E

2) Dos triángulos son semejantes cuando tienen 2 lados proporcionales e igual el ángulo comprendido entre ellos.

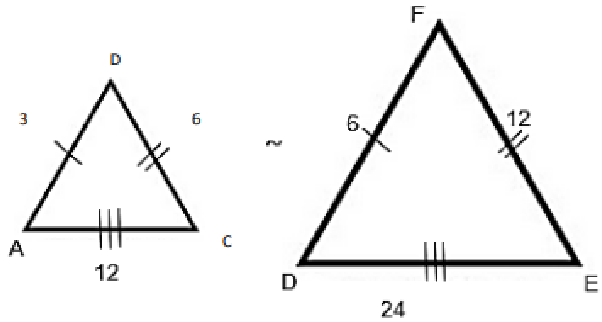


$\frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AF}}$ *y el* ∡ *C* ≡ ∡ E

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ 12= 12

Δ ABC ~ Δ DEF

3) Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados proporcionales.



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{FD}} = \frac{BC}{\overline{FE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} \quad ; \quad \frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{12}{24}$$

36 = 36 144 = 144

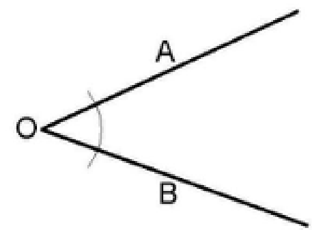
$$\frac{3}{6} = \frac{12}{24} \qquad 72 = 72$$

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ANGULO

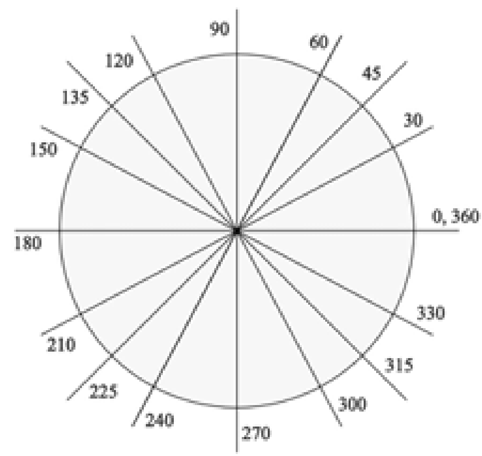
Un ángulo es el espacio comprendido entre dos rayos que tienen un origen común; el origen común es llamado vértice (O), y a los rayos (A y B) se les llama lados.

En trigonometría el ángulo se puede definir como la amplitud de rotación o giro que describe una semi-recta (rayo) en torno de su origen tomado como vértice desde una posición inicial hasta una posición final.
Si la rotación es en sentido levógiro (contrario a las agujas del reloj), se considera el ángulo POSITIVO. Si la rotación es en sentido dextrógiro (igual que las agujas del reloj), el ángulo se considera NEGATIVO.

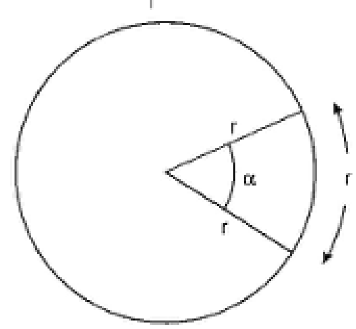


MEDIDA DE UN ÁNGULO

La medida de un ángulo puede expresarse en radianes (sistema circular), en grados sexagesimales (sistema sexagesimal), o en grados centesimales (sistema centesimal); siendo las dos primeras las más utilizadas.



En el sistema sexagesimal se considera a la circunferencia dividida en 360 partes iguales; y un ángulo de 1° sexagesimal es la medida de aquel que se genera cuando el giro, en el mismo sentido de las manecillas del reloj, del lado terminal es de 1/360 parte de una vuelta completa. Cada grado se considera dividido en 60 partes iguales llamadas minutos y cada minuto en 60 partes iguales llamadas segundos. Los símbolos para estas unidades son: Grado ° ; minuto '
En el **sistema circular** se utiliza como medida la unidad llamada Radián; un radián se define como la medida de un ángulo central que subtiende un arco con la misma longitud del radio de la circunferencia. En la figura 1, la longitud del radio r es igual a la del arco AB; el ángulo A0B mide 1 radian.

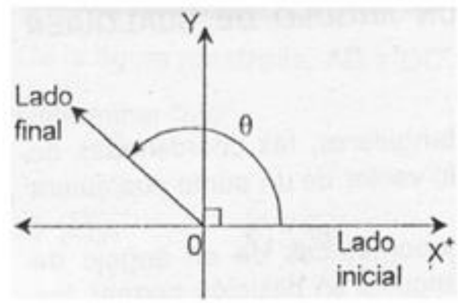


α = 1 radian

Por último en el **sistema centesimal** se considera a la circunferencia dividida en 400 partes iguales, llamadas "grados centesimales". Cada grado tiene 100 "minutos centesimales" y cada minuto tiene 100 "segundos centesimales".

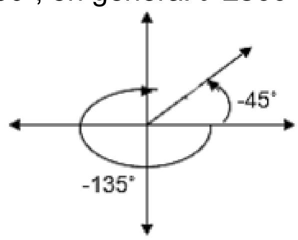
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Se dice que un ángulo está en posición normal cuando su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas en un sistema rectangular de ejes coordenados (Plano Cartesiano). Y cuyo vértice está en el origen de coordenadas (punto donde se interceptan los ejes).
En la figura de la derecha se ilustra un ángulo en posición normal, el ángulo.



ANGULOS COTERMINALES:

Ángulos coterminales son diferentes ángulos en posición normal que tienen el mismo lado final.
Si se requiere encontrar un ángulo coterminal positivo se le suma al ángulo dado 360˚, pero si se requiere negativo se le resta al ángulo 360˚, en general θ ±360



45˚ - 360 ˚ = -315 ˚

El ángulo que está comprendido en el intervalo 0 ≤ θ≤ 2 π es considerado el ángulo base fundamental del conjunto de ángulos coterminales.

CONVERSIÓN DE RADIANES A GRADOS Y VICEVERSA

La longitud de la circunferencia está dada por **L =** $\boldsymbol{2\pi r}$, como 1 radian es igual a la longitud de un radio, entonces la circunferencia mide $\boldsymbol{2\pi}$ radianes que es un giro completo, y mide 360°. Basados en este análisis el factor de conversión de grados a radianes y viceversa es:

$\frac{\boldsymbol{2\pi}\, rad}{\mathbf{360°}}$ **,** o lo que es igual $\frac{\boldsymbol{\pi}\, rad}{\mathbf{180°}} = \frac{\mathbf{180°}}{\boldsymbol{\pi}\, rad}$

Los cuales se utilizan de acuerdo con las necesidades

Ejemplo 1. Determina la medida en radianes que corresponde a un ángulo de 20°
Como $\frac{\pi rad}{180°}$ y el ángulo es 20°, entonces $\boldsymbol{\alpha\, rad} = \mathbf{20°} \times \frac{\boldsymbol{\pi}\, rad}{\mathbf{180°}} = \frac{\cancel{\mathbf{20°}} * \boldsymbol{\pi}\, rad}{\cancel{\mathbf{180°}}} = \frac{\mathbf{1}\boldsymbol{\pi}\, rad}{\mathbf{9}}$

Es decir 20° = $\frac{1\pi rad}{9}$

Ejemplo 2. Determina la medida en grados que corresponde a un ángulo de $\frac{1\pi rad}{9}$

Como $\frac{\pi rad}{180°}$ y el ángulo es $\frac{4\pi rad}{3}$, entonces

$$\boldsymbol{\theta}° = \frac{4}{3}\pi\, rad \times \frac{\mathbf{180°}}{\boldsymbol{\pi}\, rad} = \frac{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\cancel{\boldsymbol{\pi}\, \boldsymbol{rad}} * \mathbf{180}}{\cancel{\boldsymbol{\pi}\, \boldsymbol{rad}}} = \frac{\mathbf{4} * \mathbf{180°}}{\mathbf{3}} = 240$$

Es decir $\frac{4}{3}\pi\, rad = 240°$

3. Expresar $\theta = 105{,}328^{\circ}$ en grados, minutos y segundos.

$\theta = 105{,}328^{\circ} \rightarrow$ Notación decimal

$$= 105 + \underbrace{0.328^{\circ}}_{Resto}$$

Factor de conversión

$$\frac{0{,}328}{1}\left(\frac{60'}{1^{\circ}}\right) = 19{,}68'$$

$$19 + \underbrace{0.68}_{Resto}$$

$$\frac{0.68}{1}\left(\frac{60'}{1'}\right) = 40{,}8''$$

$$\theta = 105{,}328^{\circ} = 105^{\circ}\,19',40{,}8''$$

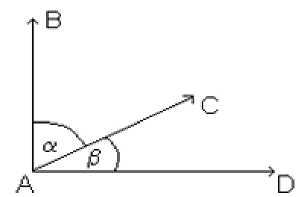
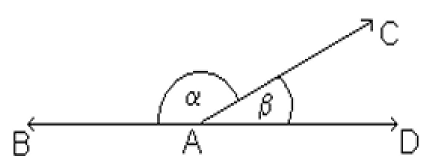
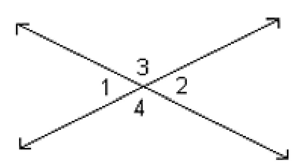
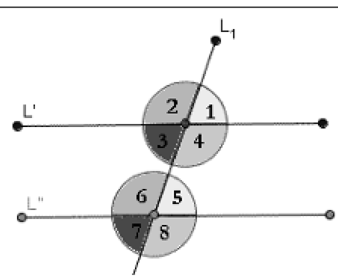
4. Expresar $\alpha = 503^{\circ}\,77'86''$

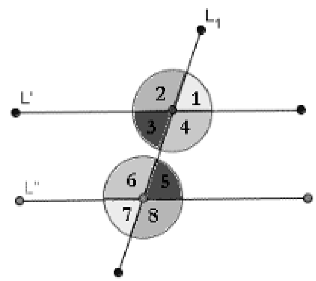
Conversión

$$77'\left(\frac{1^{\circ}}{60'}\right) = 1{,}2^{\circ} \qquad 86'\left(\frac{1^{\circ}}{3600'}\right) = 0{,}02^{\circ}$$

$$\begin{array}{rrrcl} 5 & 3 & 3 & , & 00^{\circ} \\ & & 1 & , & 20^{\circ} \\ + & & 0 & , & 02^{\circ} \\ \hline 5 & 0 & 4 & , & 22^{\circ} \end{array}$$

Mas sobre ángulos

Ángulos complementarios	Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 90°. $\propto + \beta = 90^{\circ}$ El <BAC es adyacente al <DAC y viceversa.	
Ángulos suplementarios	Es un tipo especial de ángulo adyacente cuya particularidad es que suman 180°. $\propto + \beta = 180^{\circ}$ El <BAC es adyacente al <DAC y viceversa.	
Ángulos opuestos por el vértice	Dos líneas que se interceptan generan ángulos opuestos por el vértice. Los ángulos opuestos por el vértice son ángulos congruentes: <1 = <2 ∧ <3 = <4	
Ángulos correspondientes entre paralelas.		1 = 5 2 = 6 3 = 7 4 = 8

Ángulos Alternos entre paralelas.		1 = 7 2 = 8 3 = 5 4 = 6

PRACTICO LO QUE APRENDI

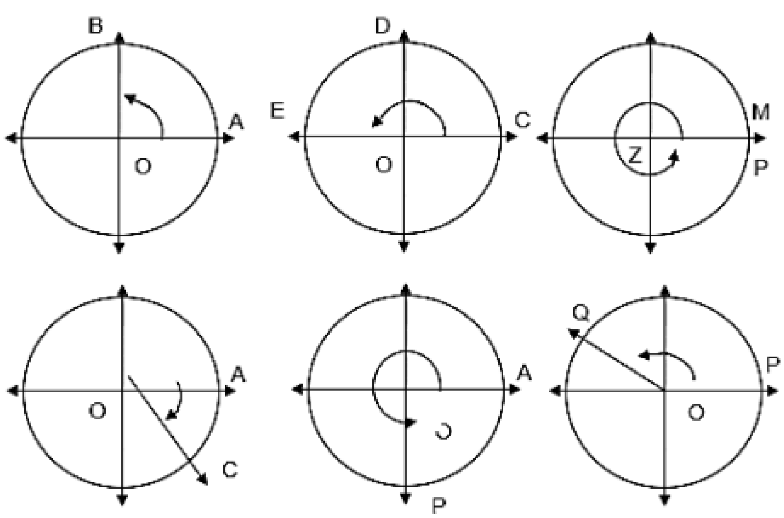
A. Determina la medida en radianes que corresponde a los siguientes ángulos.

1. $\theta = 156°$
2. $\theta = 250°$
3. $\theta = 340°$
4. $\theta = -420°$
5. $\theta = -351°$
6. $\theta = 45°$
7. $\theta = 140°$
8. $\theta = 222°$

B. Determina la medida en grados que corresponde a los siguientes ángulos.

1. $\boldsymbol{\alpha = \frac{11\pi\, rad}{12}}$
2. $\boldsymbol{\alpha = \frac{1\pi\, rad}{2}}$
3. $\boldsymbol{\alpha = -\frac{3\pi\, rad}{4}}$
4. $\boldsymbol{\alpha = \frac{3\pi\, rad}{8}}$
5. $\boldsymbol{\alpha = \frac{5\pi\, rad}{3}}$
6. $\boldsymbol{\alpha = 4\pi\, rad}$
7. $\boldsymbol{\alpha = \frac{5\pi\, rad}{6}}$
8. $\boldsymbol{\alpha = -\frac{7\pi\, rad}{4}}$

C. Dadas los siguientes ángulos nómbrelos, mídalos y clasifíquelos

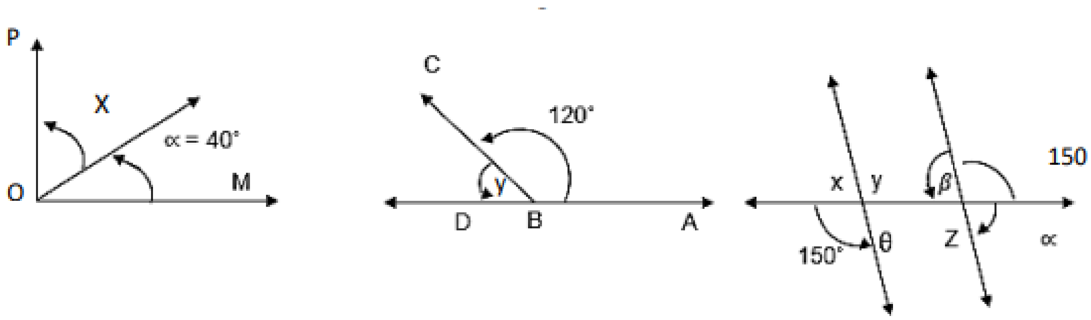


¿COMO SE QUE APRENDI?

A. Encuentre los complementos de los siguientes ángulos.
1. M∡ ABC = 40˚
2. M ABCˆ= 30˚15’
3. M ∡ = DEF = 50˚15’35"

B. Encuentra el suplemento de los siguientes ángulos
1.M∡ OPQ = 60˚
2. M∡ LOM = 101˚59 ’
3. M∡ ∝ = 6˚14’ 94"

C. Encuentra el valor de la incógnita.

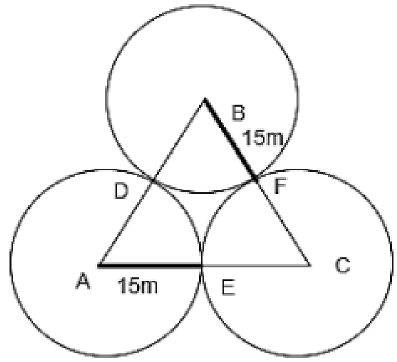


D. 1. Expresar β = 232.462 ˚ en grados, minutos y segundo
2. Expresar α= 28˚43'92"
E. Dibuja el ángulo dado en posición normal y determina dos ángulos coterminales positivos y dos negativos
a. 120˚
c. -30˚
d. $\frac{5\pi}{6}$
e. $\frac{-5\pi}{4}$

¿QUE APPENDÍ?

A. Relaciona los siguientes grados y radianes
1. ¿Cuántos radianes tiene una circunferencia?
2. ¿Cuántos grados sexagesimales tiene una circunferencia?
3. Con estos dos valores establece una igual igualdad.
4. ¿Cuántos grados sexagesimales vale π radianes?
5. ¿Cuántos grados sexagesimales vale $\frac{\pi}{2}$ radianes?
6. ¿Cuántos grados sexagesimales vale $\frac{\pi}{4}$ radianes?
7. ¿Cuántos grados sexagesimales vale $\frac{3\pi}{2}$ radianes?
8. ¿Cuántos radianes son 180˚?
9. ¿Cuántos radianes son 90˚?
10. ¿Cuántos radianes son 45˚?
11. ¿Cuántos radianes son 270˚?

B. Ahora vamos a practicar en nuestro cuaderno y muy atentos a la explicación del docente
1. Halla la medida del arco subentendido por un ángulo de 2 rad; si el radio del círculo es de 5cm
2. Halla la medida de un círculo, si se sabe que un ángulo central de 30˚ subentiende un arco de 1.57cm
3. Si ∆ABC es equilátero y D, E, F son puntos medios de cada lado ¿cuál es el área sombreada?



Longitud de la circunferencia: $2\pi r$
Área del circulo: πr^2
Longitud del arco: $S = r\theta$; θ medido en radianes
Área del sector circular: $Ar = \frac{1}{2}r^2\theta$, θ medido en radianes
Velocidad angular $w = \frac{\theta}{t}$, θ es un ángulo de rotación, θ medido en radianes
Velocidad lineal: de un punto a una distancia r de centro de rotación está dada por V = r. w

C. ¿Cuál es la medida de un ángulo cuya medida es 4 5 de la medida de su complemento?
D. ¿Cuál es la medida de un ángulo cuya medida es 5 veces la medida de su suplemento?

Si crees en ti mismo, no habrá nada que esté fuera de tus posibilidades.

Wayne Dyer