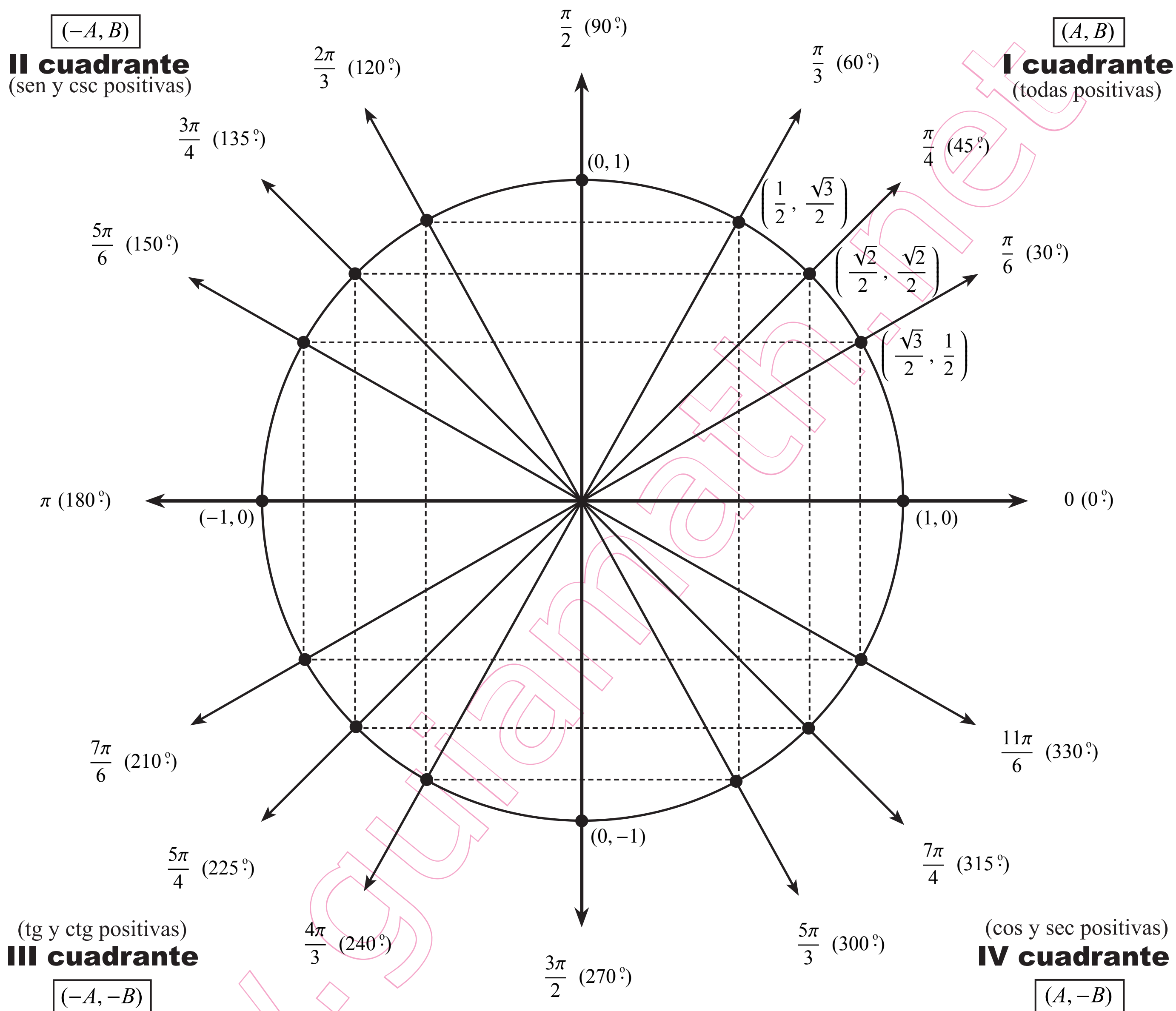
FORMULARIO - TRIGONOMETRIA



A) Básicas

1.- $\cos\alpha \cdot \sec\alpha = 1$

2.- $\operatorname{sen}\alpha \cdot \csc\alpha = 1$

3.- $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$

4.- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$

5.- $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}$

B) Pitagóricas

1.- $\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\alpha = 1$

2.- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \sec^2\alpha$

3.- $1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \csc^2\alpha$

C) Suma y Resta de ángulos

1.- $\operatorname{sen}(\alpha \pm \beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\operatorname{sen}\beta$

2.- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta$

3.- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

D) Angulos dobles

1.- $\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$

2.- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$
$\quad = 2\cos^2\alpha - 1$
$\quad = 1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha$

3.- $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$

4.- $\operatorname{sen}^2\alpha = \dfrac{1 - \cos 2\alpha}{2}$

5.- $\cos^2\alpha = \dfrac{1 + \cos 2\alpha}{2}$

E) Angulos medios

1.- $\operatorname{sen}\alpha = 2\operatorname{sen}(\alpha/2)\cos(\alpha/2)$

2.- $\cos\alpha = \cos^2(\alpha/2) - \operatorname{sen}^2(\alpha/2)$

3.- $\operatorname{sen}^2(\alpha/2) = \dfrac{1 - \cos\alpha}{2}$

4.- $\cos^2(\alpha/2) = \dfrac{1 + \cos\alpha}{2}$

5.- $\operatorname{tg}(\alpha/2) = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{1 + \cos\alpha}$
$\quad = \dfrac{1 - \cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}$

F) de Producto a Suma

1.- $\operatorname{sen} A \cdot \cos B = \dfrac{1}{2}\,[\operatorname{sen}(A+B) + \operatorname{sen}(A-B)]$

2.- $\cos A \cdot \cos B = \dfrac{1}{2}\,[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$

3.- $\operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} B = -\dfrac{1}{2}\,[\cos(A+B) - \cos(A-B)]$

G) de Suma a Producto

1.- $\operatorname{sen} X + \operatorname{sen} Y = 2\operatorname{sen}\left(\dfrac{X+Y}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{X-Y}{2}\right)$

2.- $\operatorname{sen} X - \operatorname{sen} Y = 2\operatorname{sen}\left(\dfrac{X-Y}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{X+Y}{2}\right)$

3.- $\cos X + \cos Y = 2\cos\left(\dfrac{X+Y}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{X-Y}{2}\right)$

4.- $\cos X - \cos Y = -2\operatorname{sen}\left(\dfrac{X+Y}{2}\right)\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{X-Y}{2}\right)$

H) Periodicidad

Si $k \in \mathbb{Z}$,

1.- $\operatorname{sen}(\alpha \pm 2k\pi) = \operatorname{sen}\alpha$

2.- $\cos(\alpha \pm 2k\pi) = \cos\alpha$

3.- $\operatorname{tg}(\alpha \pm k\pi) = \operatorname{tg}\alpha$

4.- $\operatorname{ctg}(\alpha \pm k\pi) = \operatorname{ctg}\alpha$

5.- $\sec(\alpha \pm 2k\pi) = \sec\alpha$

6.- $\csc(\alpha \pm 2k\pi) = \csc\alpha$

I) Formulas de Reducción (Ley del Burro)

Sea f cualesquiera de las funciones trigonométricas y cf su co-función. Si s denota el signo que tiene la función f en el cuadrante correspondiente, se cumple que:

1.- $f\left(\begin{matrix}\pi\\2\pi\end{matrix} \pm \theta\right) = s \quad f(\theta)$ $\longleftarrow$ 24 fórmulas.

2.- $f\left(\begin{matrix}\pi/2\\3\pi/2\end{matrix} \pm \theta\right) = s \quad cf(\theta)$ $\longleftarrow$ 24 fórmulas.

J) Teorema del Seno

En cualquier triángulo, si L_1 representa la medida del lado opuesto al ángulo $\measuredangle_1$ y L_2 es la medida de cualquier otro lado opuesto de un cierto ángulo $\measuredangle_2$, siempre se cumple que:

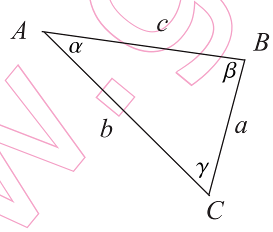
$$\boxed{\dfrac{\operatorname{sen}(\measuredangle_1)}{L_1} = \dfrac{\operatorname{sen}(\measuredangle_2)}{L_2}}$$

Esto quiere decir que en el siguiente triángulo, se cumplen las fórmulas:

1.- $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{b}$

2.- $\dfrac{\operatorname{sen}\beta}{b} = \dfrac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$

3.- $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{a} = \dfrac{\operatorname{sen}\gamma}{c}$



K) Teorema del Coseno

Si L_1 , L_2 y L_3 representan las medidas de cada uno de los lados de un triángulo cualquiera, y si $\measuredangle_1$ es la medida del ángulo opuesto al lado L_1, siempre se cumple que:

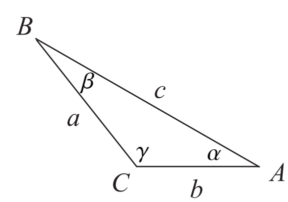
$$\boxed{L_1^2 = L_2^2 + L_3^2 - 2\,L_2\,L_3\cos(\measuredangle_1)}$$

Es decir, en el siguiente triángulo se cumplen las fórmulas:

1.- $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c\cos\alpha$

2.- $b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,c\cos\beta$

3.- $c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\gamma$



L) Relaciones en el Triángulo Rectángulo

En todo triángulo rectángulo, siempre se cumple que:

1.- $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{\text{CO}}{\text{HIP}}$

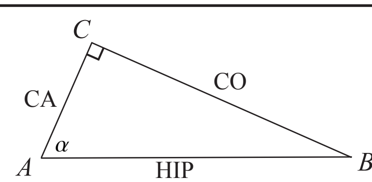
2.- $\cos\alpha = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \dfrac{\text{CA}}{\text{HIP}}$

3.- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \dfrac{\text{CO}}{\text{CA}}$

4.- $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \dfrac{\text{CA}}{\text{CO}}$

5.- $\sec\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \dfrac{\text{HIP}}{\text{CA}}$

6.- $\csc\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \dfrac{\text{HIP}}{\text{CO}}$



recordar el: *cocacoca-hiphip

$\dfrac{\text{CO}}{\text{HIP}}$	$\dfrac{\text{CA}}{\text{HIP}}$	$\dfrac{\text{CO}}{\text{CA}}$	$\dfrac{\text{CA}}{\text{CO}}$	$\dfrac{\text{HIP}}{\text{CA}}$	$\dfrac{\text{HIP}}{\text{CO}}$
↑	↑	↑	↑	↑	↑
sen	cos	tg	ctg	sec	csc