	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUÍA DE APRENDIZAJE	Actualización:

GUÍA No:	**ÁREA: MATEMÁTICAS**		**ASIGNATURA: CALCULO**
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 1 DE MARZO			**HASTA: 16 DE ABRIL**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 14 DE ABRIL			
DOCENTE: SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ			
ESTUDIANTE:			**GRUPO: ONCE**

¿QUÉ VOY A APRENDER?

A lo largo de esta guía se logrará:

- Determinar la ecuación de una circunferencia conociendo el centro y el radio. o pasar de la ecuación canónica de una circunferencia a la ecuación general y viceversa.
- Determinar la ecuación canónica de una parábola a partir del vértice y el foco o pasar de la ecuación canónica de una parábola a la ecuación general y viceversa.
- Diferenciar entre una ecuación general y la ecuación canónica de una circunferencia y de una parábola.

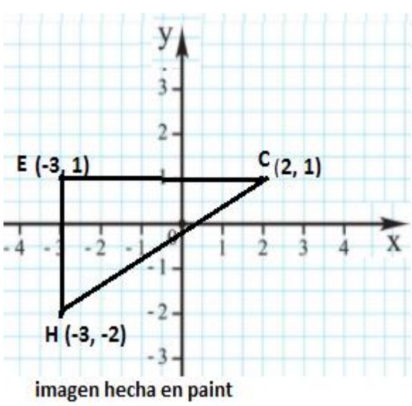
LO QUE ESTOY APRENDIENDO

ACTIVO MIS CONOCIMIENTOS PREVIOS:

Para la comprensión de las secciones cónicas es necesario manejar previamente algunos conceptos sobre plano cartesiano, distancia entre puntos y rectas

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS: para hallar la distancia entre dos puntos usaremos la siguiente formula $d\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Ejemplo: Camilo ha ubicado en un plano cartesiano la posición de las casas de sus amigos así: Hernán (-3, -2), Erika (-3, 1) y la casa de él se encuentra (2, 1). ¿qué distancia hay entre cada uno? Ubica estos puntos en un plano cartesiano.



Para saber la distancia desde la casa de Camilo hasta la de Eduardo (E (--3,1)) se halla la distancia horizontal, ya que sus coordenadas tienen la misma ordenada

CE = |2 – (- 3) | = |5| = 5 Km

Dados los puntos P y Q con la misma ordenada, la distancia entre P y Q es el valor absoluto de la diferencia entre las abscisas. Así, la distancia entre P (x_1, y_1) y Q (x_2, y_2), es: **PQ = | X1 -- X2 | = | X2 – X1 |**

Para saber la distancia entre la casa de Hernán (H (-- 3, -- 2)) y la casa de Erika se halla la distancia vertical, puesto que sus coordenadas tienen la misma abscisa.

HE = | -- 2 – 1 | = | --3 | = 3 Km

Dados los puntos P y Q con la misma abscisa, la distancia entre P y Q es el valor absoluto de la diferencia entre las ordenadas. Así, la distancia entre P (x_1, y_1) y Q (x_1, y_2), es:

$$PQ = | y_1 – y_2| = | y_2 – y_1|$$

Finalmente, para encontrar la distancia entre la casa de camilo y la casa de Hernán se construye el triángulo rectángulo CEH y se aplica el teorema de Pitágoras para hallar el valor de la hipotenusa que corresponde a tal distancia: $(CH)^2 = (CE)^2 + (HE)^2$

Se reemplaza CE y HE que corresponde a los catetos del triángulo CEH:

$$(CH)^2 = | X_2 – X_1 |^2 + | Y_2 – Y_1 |^2$$

Se despeja CH, entonces CH = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Como $| x_2 – x_1 |^2 = (x_2 – x_1)^2$ y $| Y_2 – Y_1 |^2 = (y_2 - y_1)^2$ entonces: CH= $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Ya que las coordenadas de la casa de camilo son (2,1) y las de la casa de Hernán son (-3, - 2), la distancia entre estas es: d (C, H) = $\sqrt{(2-(-3))^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{34} km$

La distancia entre dos puntos cualquiera P (x_1, y_1) y Q (x_2, y_2) del plano, se denota d (P, Q) y se determina mediante la fórmula: d (P, Q) = $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Practica: Hallar la distancia entre los puntos

a. **P_1 (0,0) y P_2 (5,13)**
b. **P_1 (a, b) y P_2 (-a, -b)**
c. **P_1 (7, 5) y P_2 (4, 1)**

PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO: Dado un segmento de extremos P (x_1, y_1) y Q (x_2, y_2) las coordenadas de su punto medio M vienen dadas por la semisuma de las coordenadas de los extremos: M = ($\frac{x_2+x_1}{2}$, $\frac{y_2+y_1}{2}$)

Ejemplo: Para hallar las coordenadas del punto medio M del $\overline{AB}$, donde A (-14, 54) y B (46, 120), se calcula:

$X_M = \frac{x_2+x_1}{2} = \frac{-14+46}{2} = 16$

$Y_M \frac{y_2+y_1}{2}$ = , $\frac{54+120}{2} = 87$

Por consiguiente, M (X_M, Y_M) = (16, 87)

Practica: Encuentra las coordenadas del punto medio de $\overline{AB}$ dada los puntos

a) **A (2, 5) B (-1, -4)**
b) **A (5, -4) B (2, 5)**
c) **A (-2, 3) B (4, 6)**

PENDIENTE DE UNA RECTA: indica la variacion entre los incrementos en el eje Y respecto de los incrementos del eje X. Si se toma dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) pertenecientes a una recta, la pendiente m es la razón de cambio entre el desplazamiento vertical respecto del desplazamiento horizontal y esta dado por: **m =** $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

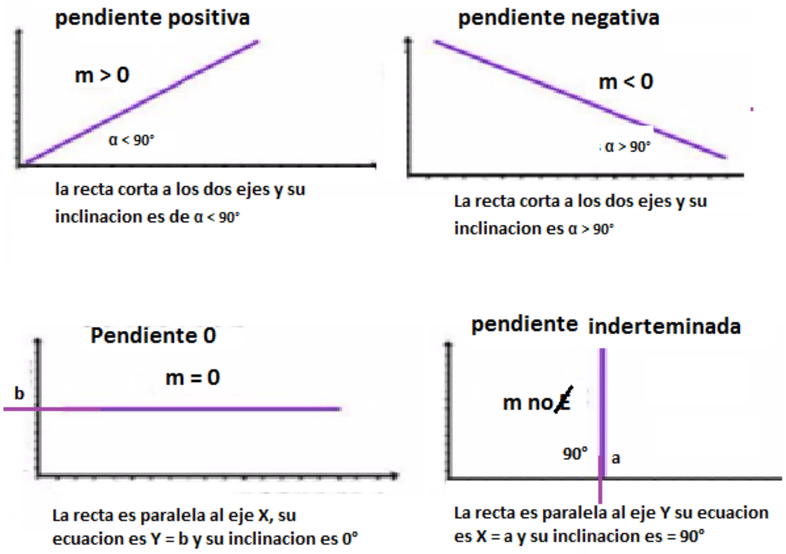
Además, para cualquier par de puntos se forma un triángulo rectángulo, donde la razón entre los catetos está relacionada con el ángulo de inclinación de la recta.

m = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{cateto\ opuesto\ a\ \beta}{cateto\ adyacente\ a\ \beta}$ = tan β, Es decir que m = tan β por lo tanto, para hallar el angulo se tiene que $\beta = \tan^{-1} m$

Practica: Determine las pendientes de las rectas que pasan por los puntos

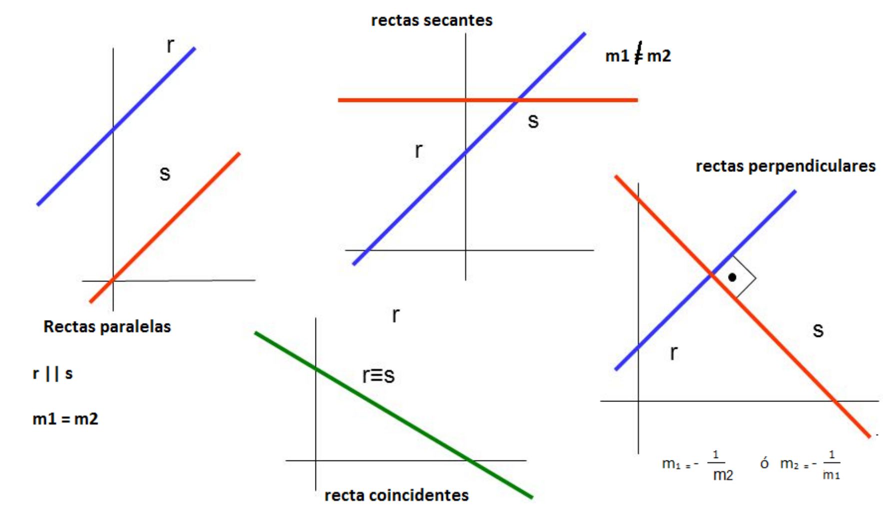
a) **A (0, -2) y B (-3, -2)**
b) **A (-3,1) y B (-3, -2)**
c) **A (1,4) y B (-2, 1)**
d) **A (-3, 4) y B (2, -5)**

INCLINACIÓN Y PENDIENTE



las figuras fueron tomadas de google imágenes

POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO



imagenes tomadas de google imagenes

LA DISTANCIA *D,* DE UN PUNTO A UNA RECTA L: Para determinar la distancia de un punto p= (x_0,y_0) a una recta $\bar{L}$ de ecuación Ax + By + c =0 se puede utilizar la formula

$$d\,(p,\,l) = \left|\frac{Ax_{0}+By_{0}+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$$

ejemplo: hallar la distancia del punto (2, 3) a la recta 3x-2y+1=0, se reemplazan los valores en la fórmula. X_0 = 2, y_0 = 3, A = 3, B = -2, C = 1

la distancia es: $\frac{\sqrt{13}}{13}$, compruebelo.

Realice el procedimiento en el cuaderno y represéntelos gráficamente.

COMPLETACIÓN DE CUADRADOS: consiste exactamente en eso tomar un polinomio que probablemente no es un cuadrado y convertirlo en uno

Encontrar *c* tal que $x^2 + 8x + c$ es un trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo No. 1 Para completar el cuadrado, sumar $\left(\frac{b}{2}\right)^2$, para lo cual b= 8, $\left(\frac{8}{2}\right)^2 = (4)^2 = 16$

Quedando x2 + 8x + 16 que si es un trinomio cuadrado perfecto.

Ejemplo No. 2 si se trata de resolver una ecuación cuadrática x2 -4x + 1 = 0

Paso 1. Reescribir la ecuación con el lado izquierdo de la forma x2 + bx = c, para prepararla para completar el cuadrado x2 -4x = - 1

Paso 2. sumar $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ a ambos lados de la ecuación, como *b* = -4, entonces:

$x^2 - 4x + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = -1 + \left(\frac{-4}{2}\right)^2$

$x^2 - 4x + \left(\frac{-4}{2}\right)^2 = -1 + \left(\frac{-4}{2}\right)^2$ $x^2 - 4x + (2)^2 = -1 + (2)^2 \longrightarrow x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$

paso 3. Reescribir la ecuación factorizada al lado izquierdo y realizando la operación correspondiente al lado derecho así: $(x - 2)^2 = 3$

Ejemplo No. 3 resolver $\mathbf{2x^2 + 12x - 16 = 0}$ observe que el coeficiente de x^2 es el número 2 entonces:

Paso 1. Divide toda la expresión en 2 así: $\frac{2x^2}{2} + \frac{12x}{2} - \frac{16}{2} = 0$

$x^2 + 6x - 8 = 0$

Paso 2 reescribir la ecuación así: $x^2 + 6x = 8$

Paso 3 sumar $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ a ambos lados de la ecuación, como *b* = 6, entonces:

$x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 8 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \longrightarrow x^2 + 6x + (3)^2 = 8 + (3)^2 \longrightarrow x^2 + 6x + 9 = 8 + 9$

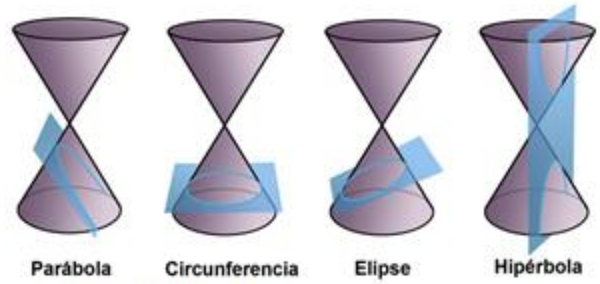
paso 4 reescribir la ecuación expresándola factorizada al lado izquierdo y realizando la operación indicada al lado derecho $(x + 3)^2 = 17$

realizar la completación de cuadrados para los siguientes trinomios

a. $x^2 + 4x + 1 = 0$
b. $5x^2 - 4x - 2 = 0$
c. $x^2 + 5x - 2 = 0$

Las estudiantes que tienen conectividad van a ver el video presentado en el siguiente link https://youtu.be/dEX7uMz41ZA
y van a copiar los ejercicios resueltos allí y van a proponer dos ejercicios más.
las estudiantes que no tienen conectividad van a buscar en un libro de grado noveno sobre el tema y van a realizar cinco ejercicios sobre este tema de completación de cuadrados

SECCIONES CÓNICAS



tomada de google imagenes

Las secciones cónicas son curvas que se obtienen como la intersección de un cono circular con un plano que no contenga al vértice del cono. Al poner el plano en diferentes posiciones puede generar una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola.
En función de la relación existente entre el ángulo de conicidad (α) y la inclinación del plano respecto del eje del cono (β), pueden obtenerse diferentes secciones cónicas, a saber:

- $\beta < \alpha$: Hipérbola
- $\beta = \alpha$: Parábola
- $\beta > \alpha$: Elipse
- $\beta = 90º$: Circunferencia (un caso particular de elipse)

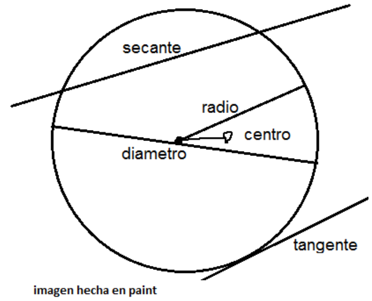
Necesitas tener construidos dos conos y tenerlos listos para tu clase.
ELEMENTOS DE LAS CÓNICAS:
-Superficie: Una superficie cónica de revolución está engendrada por la rotación de una recta alrededor de otra recta fija, llamada eje, a la que corta de modo oblicuo.
-Generatriz: La generatriz es una cualquiera de las rectas oblicuas.
-Vértice: El vértice es el punto central donde se cortan las generatrices.
APLICACIONES DE LAS CÓNICAS: Las curvas cónicas son importantes en astronomía: dos cuerpos masivos que interactúan según la ley de gravitación universal, sus trayectorias describen secciones cónicas si su centro de masa se considera en reposo. Si están relativamente próximas describirán elipses, si se alejan demasiado describirán hipérbolas o parábolas.
También son importantes en aerodinámica y en su aplicación industrial, ya que permiten ser repetidas por medios mecánicos con gran exactitud, logrando superficies, formas y curvas perfectas.
En esta guía estudiarás la circunferencia y la parábola

CIRCUNFERENCIA

Una **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto fijo y coplanario llamado centro.

.

ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA
Existen varios puntos, rectas y segmentos, singulares en la circunferencia:

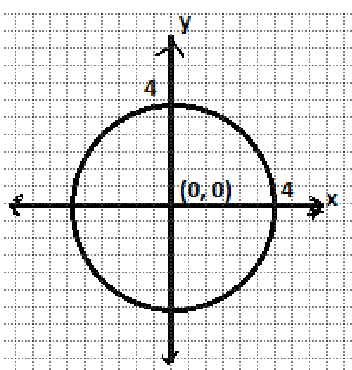


- **Centro**, el punto interior equidistante de todos los puntos de la circunferencia;
- **Radio**, el segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia;
- **Diámetro**, el mayor segmento que une dos puntos de la circunferencia (necesariamente pasa por el centro).
- **Cuerda**, el segmento que une dos puntos de la circunferencia; (las cuerdas de longitud máxima son los diámetros)
- **Recta secante**, la que corta a la circunferencia en dos puntos.
- **Recta tangente**, la que toca a la circunferencia en un sólo punto.
- **Punto de tangencia**, el de contacto de la recta tangente con la circunferencia.
- **Arco**, el segmento curvilíneo de puntos pertenecientes a la circunferencia;
- **Semicircunferencia**, cada uno de los dos arcos delimitados por los extremos de un diámetro.

ECUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA CON CENTRO (0, 0)
Con centro en (0, 0) y radio r y un punto P(x, y) cualquiera y que pertenece a la circunferencia: la distancia CP es igual a r, entonces r = d$\overline{CP}$, es decir:
r = d$\overline{CP}$ = $\sqrt{x^2 + y^2}$, al elevar al cuadrado ambos lados de la igualdad, se obtiene la ecuación canónica de la circunferencia.

1. Se tiene el radio r y C (0, 0)

Ejemplo: dada la circunferencia de la gráfica escribir la ecuación canónica de la circunferencia.



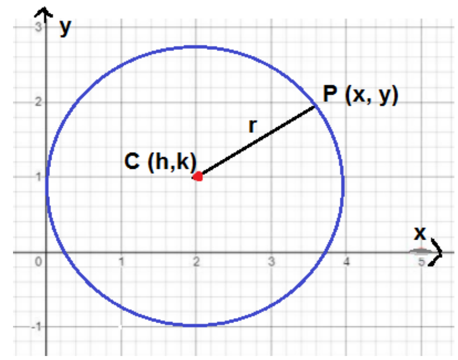
1. Observa que el radio es cuatro, r =4 y el centro se encuentra en el origen, se tiene que, la ecuación de la circunferencia de la gráfica es, 4^2=x^2+y^2

2. Comprobación dado un punto P (x, y), si este pertenece a una circunferencia con centro en el origen: tendrás que reemplazar las coordenadas (x, y) en la ecuación canónica por las coordenadas del punto P y si se cumple la igualdad x^2+y^2 = r^2, entonces el punto si pertenece a la circunferencia.

Ejemplo: comprobar que P (-3, 4) pertenece a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$
X=-3
Y=4
r^2=25
$(-3)^2 + (4)^2 = 25$
9 + 16 = 25
25 = 25
La igualdad se cumple por tanto el punto P (-3, 4) si pertenece a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 25$

ECUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA CON CENTRO (H, K)

En una circunferencia con centro C(h, k), radio **r** y P(x, y) un punto de la circunferencia, se cumple que d(C, P) = **r**



Recuerde que para encontrar la distancia entre los puntos P y C, se utiliza la formula $\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2}$

Por tanto **r** = $\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2}$, al elevar al cuadrado ambos lados de la igualdad, se tiene

$\mathbf{r^2} = (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2$ **ó** $(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = \mathbf{r^2}$

Ejemplo No.1

Hallar la ecuación canónica de una circunferencia con centro C (-2, 3) y radio r = 4,

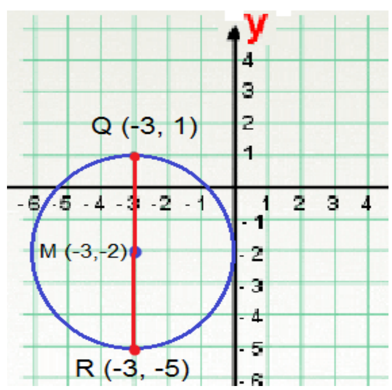
Recuerde C (h, k) entonces para esta circunferencia h= -2 y k= 3

$(\boldsymbol{x}-(-\mathbf{2}))^2+(\boldsymbol{y}-\mathbf{3})^2 = 4^2$

$(\boldsymbol{x}+\mathbf{2}))^2+(\boldsymbol{y}-\mathbf{3})^2 = 16$ (ecuación canónica)

Ejemplo No.2

Determinar la ecuación canónica de la circunferencia cuyas coordenadas de los extremos de uno de sus diámetros son Q (-3,1) y R (-3, -5)



Se halla las coordenadas del centro con la fórmula de punto medio

M = $\left(\frac{x_2+x_1}{2}, \frac{y_2+y_1}{2}\right)$

M = $\left(\frac{-3+(-3)}{2}, \frac{1+(-5)}{2}\right)$

M = $\left(\frac{-6}{2}, \frac{-4)}{2}\right)$; M = (-3, -2), este puto corresponde al centro (h, k),

Ahora debe hallar el valor del radio, dMQ ó dMR, con la fórmula

$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} = r^2$

$(-3-(-3))^2 + (1-(-2))^2 = r^2$

$(-3+3)^2 + (1+2)^2 = r^2$

$0 + 3^2 = r^2$

$9 = r^2 \longrightarrow r = 3$

Ahora la ecuación canónica de la circunferencia con centro M (-3, -2) y radio es:

$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2+(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = \mathbf{r^2}$

$(\boldsymbol{x}-(-\mathbf{3}))^2+(\boldsymbol{y}-(-\mathbf{2}))^2 = \mathbf{3^2}$

$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$

ECUACIÓN GENERAL DE LA CIRCUNFERENCIA

Para hallar la ecuación general de la circunferencia, se utiliza el método general del cálculo de lugares geométricos, para ellos se siguen los siguientes pasos:

1. Se considera un punto P (x, y) de la circunferencia de centro C (c_1, c_2) y radio r
2. Como P pertenece a la circunferencia entonces d (P, C) = r
3. Se utiliza la expresión de la distancia entre dos puntos y se simplifica

   d (P, C)= $(\boldsymbol{x}-c_1)^2+(\boldsymbol{y}-c_2)^2$
4. Se desarrollan los cuadrados de los binomios

   $x^2 - 2c_1x + (c_1)^2 + y^2 - 2c_2y + (c_2)^2 = r^2$

   $x^2 - 2c_1x + (c_1)^2 + y^2 - 2c_2y + (c_2)^2 - r^2 = 0$

   al sustituir $D = -2c_1$, $E = -2c_2$, $F = (c_1)^2 + (c_2)^2 - r^2$
5. La ecuación general de la circunferencia es $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Ejemplo No. 3 dada la ecuación canónica del ejemplo No. 2 escribir la ecuación general, $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$, desarrollando los binomios, $x^2 + 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 9$

Otros ejemplos: copiarlos en el cuaderno de cálculo, serán socializados en el encuentro virtual por las estudiantes escogidas por la docente

https://youtu.be/hoPA-xdQ4DA
https://youtu.be/jk9V5OkJlAg
https://youtu.be/vQg3OSrR_Mw

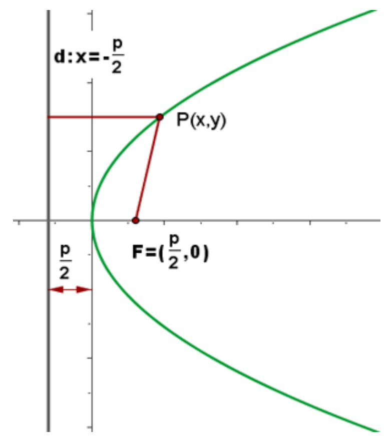
LA PARÁBOLA

La parábola es un lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo denominado **foco** y de una recta fija conocida como **directriz.**

Observe que estamos definiendo la parábola como un conjunto de puntos que verifican cierta propiedad geométrica, no como la gráfica de una función cuadrática (que es como usted la conocía hasta ahora).

Elementos de la parábola

1. Foco: Es el punto fijo **F**.
2. Directriz: Es la recta fija **d**.
3. Parámetro: Es la distancia del foco a la directriz, se designa por la letra **p**.
4. Eje: Es la recta perpendicular a la directriz que pasa por el foco.
5. Vértice: Es el punto de intersección de la parábola con su eje.
6. Radio vector: Es un segmento que une un punto cualquiera de la parábola con el foco. **d (F, P) = d (P, d)**



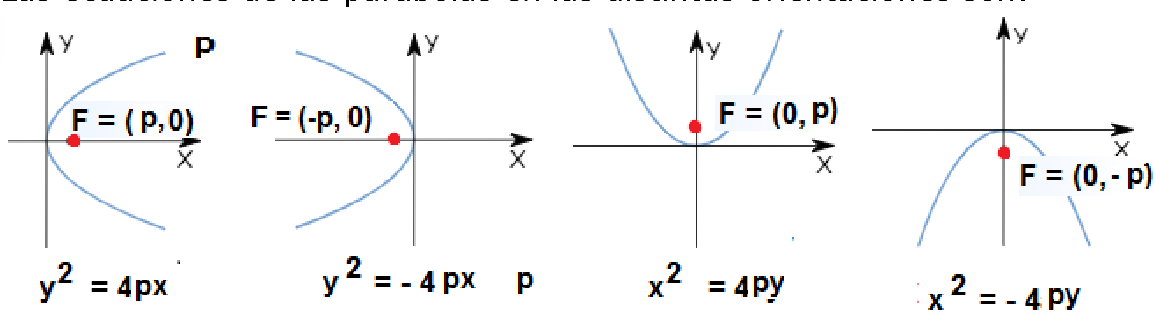
grafica tomada de google

ECUACION CANÓNICA DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN (0, 0)

La ecuación de la parábola con vértice en (0, 0), foco en (p, 0), directriz x = -p y eje de simetría **X** es $\mathbf{y^2 = 4px}$.

La ecuación de la parábola con vértice en (0, 0), foco en (0, p), directriz y = - p y el eje de simetría **Y** es $\mathbf{x^2 = 4py}$.

Las ecuaciones de las parábolas en las distintas orientaciones son:



Graficas tomadas de google

Ejemplo No. 1

En la parábola cuya ecuación es $x^2 = -16y$, observa que el eje de simetría es Y,

Como $x^2 = -16y$ y $x^2 = 4py$, entonces $-16y = 4py$, de donde se obtiene que $p = -4$

Por tanto, F es (0, -4) es y = 4 y abre hacia abajo porque $p < 0$.

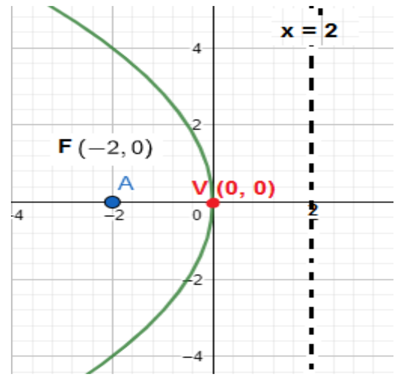
Ejemplo No. 2

Dada la parábola $y^2 = -8x$, calcular su vértice, su foco y la recta directriz.

Observa que $y^2 = -4px$, para hallar el parámetro iguala $-4p = -8$, despeje p que es igual a 2, como las coordenadas del foco son (-p, 0) por ser horizontal F 0 (-2, 0) es decir F = (- 2, 0), Se trata de una ecuación reducida por lo que el vértice está en el origen.

El término cuadrático en la ecuación es la y así que el eje de la parábola coincide con el eje OX. Además, la parábola se encuentra en el lado negativo del eje OX, ya que el coeficiente que acompaña al término no cuadrático (en este caso la x) es -8 que es negativo, por lo que directriz x = 2

La gráfica de la parábola $y^2 = -8x$ es



grafica hecha en geogebra

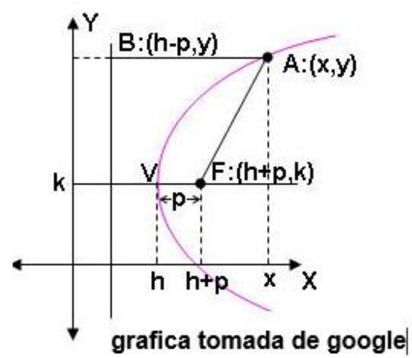
Realiza estos ejercicios

Identificar las coordenadas del foco la ecuación de la directriz, graficarla

a. $y^2 = -8x$
b. $x^2 = 6y$
c. $x^2 = 32y$
d. $y^2 = 20x$

ECUACION CANÓNICA DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN (h, k) Y EJE DE SIMETRIA PARALELO AL EJE X

La ecuación de la parábola con vértice en (h, k), foco en (h + p, k) y directriz x = h – p y eje de simetría y=k, paralelo al eje x es: $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ (la parábola abre hacia la derecha), y $(y-k)^2 = -4p(x-h)$ abre hacia la izquierda.



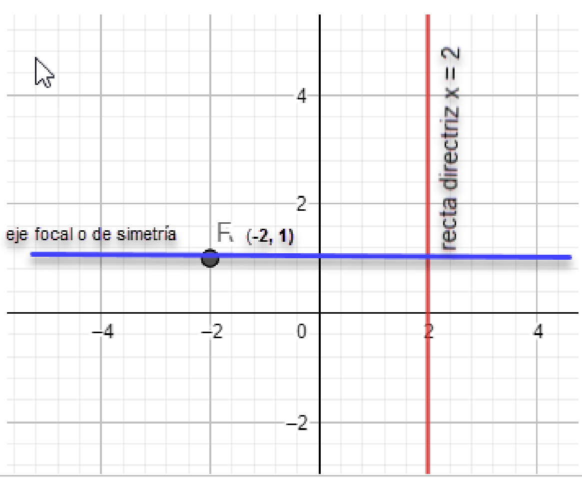
grafica tomada de google

Ejemplo: Encontrar la ecuación canónica de la parábola con foco F: (-2,1) y directriz x=2.

<u>Solución:</u>

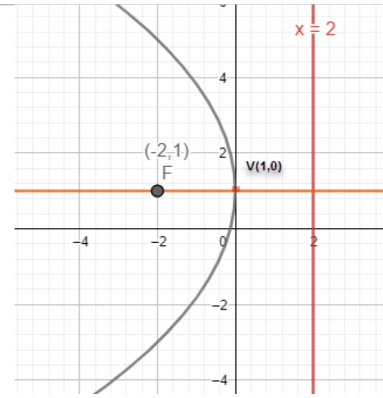
1. Graficamos en el plano cartesiano las componentes que nos indican:

F: (-2,1) y directriz x=2 eje focal y = 1



Gráfica hecha en goegebra

2. Como el vértice es el punto medio entre la directriz y el foco, tenemos que V: (0,1). Además, p es la distancia entre el foco y el vértice, es decir, p=2. Finalmente observamos que la parábola debe abrir sus ramas en el sentido directriz hacia foco, es decir, hacia el eje negativo de las x, la ecuación es de la forma $(y-k)^2=-4p(x-h)$ y reemplazando se tiene que: $(y-1)^2=-4(2)(x-0)$, la ecuación finalmente es $(y-1)^2=-8x$



gráfica hecha en Geogebra

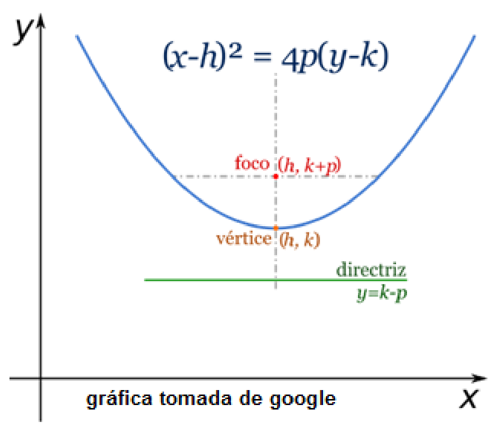
ECUACIÓN GENERAL DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN (h, k) al resolver las operaciones indicadas de la ecuación canónica da**:** $y^2+Dy+Ex+F=0$

Es así que la ecuación general del ejemplo anterior es: $(y-1)^2=-8x$ ⟶ y^2 -2y +1= -8x

y^2 -2y +1+8x=0 ⟶ y^2 -2y + 8x +1=0

ECUACION CANÓNICA DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN (h, k) Y EJE DE SIMETRIA PARALELO AL EJE Y

La ecuación de la parábola con vértice en (h, k), foco en (h, k + p) y directriz y = k – p y eje de simetría x = h, paralelo al eje y es: $(x-h)^2=4p(y-k)$ (la parábola abre hacia la arriba), y $(x-h)^2=-4p(y-k)$) abre hacia abajo



Ejemplo

Dada la parábola con vértice en (2,-1) y directriz y=2, determinar:

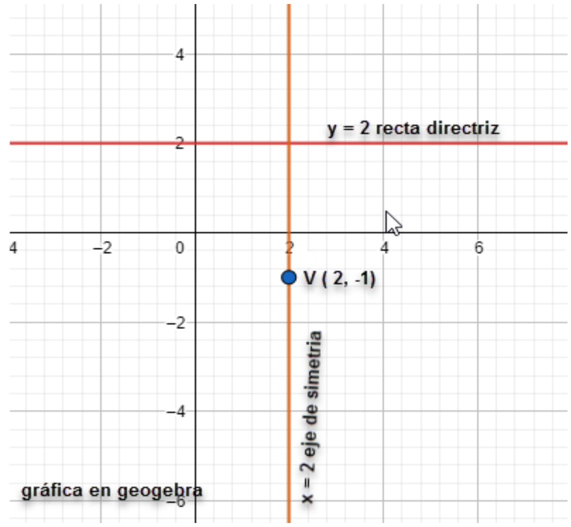
a) Ecuación canónica

b) Coordenadas del foco

<u>Solución:</u>

1. Elaboramos la gráfica en el plano cartesiano de los componentes que nos ofrece el ejercicio

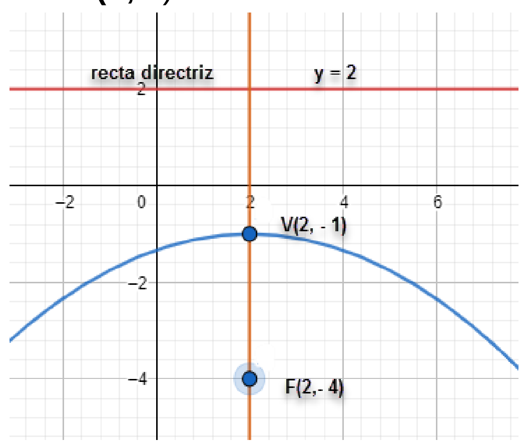
:



2. Como el vértice es el punto medio entre la directriz y el foco, y el vértice está ubicado a 3 unidades de la directriz, entonces, el foco estará ubicado a 3 unidades debajo del vértice, por tanto, F: (2,-4)

3. Determinamos p sabiendo que es la distancia del foco al vértice, p=3
4. Las ramas de la parábola abren en dirección directriz hacia foco, es decir, hacia el lado negativo de y.
5. Si observamos la gráfica de las ecuaciones según la posición de la parábola
vemos que corresponde a el caso 2:
$(x-h)^2 = -4p)(y-k)$
Ahora remplazamos para obtener la ecuación canónica $(x-2)^2 = -4(3)(y-(-1))$
Realiza las operaciones $(x-2)^2 = -12(y+1))$

ECUACIÓN GENERAL DE LA PARÁBOLA CON VÉRTICE EN (h, k) al resolver las operaciones indicadas de la ecuación canónica da**:** $x^2 + Dx + Ey + F = 0$



Es así que la ecuación general del ejemplo anterior es
$(x-2)^2 = -12(y+1))$
$x^2 - 4x + 4 = -12y + 12$
$x^2 - 4x + 4 + 12y - 12 = 0$
$x^2 - 4x + 12y - 8 = 0$

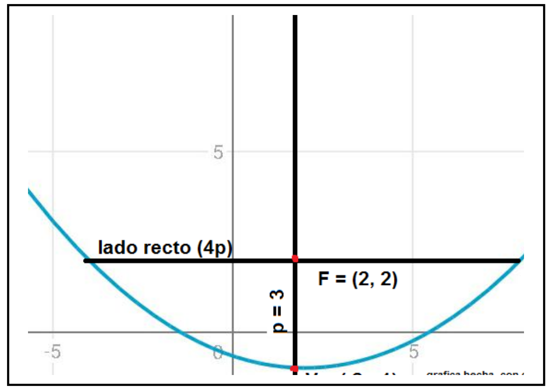
DADA LA ECUACIÓN GENERAL DE LA PARÁBOLA HALLAR LOS ELEMENTOS FOCO, VÉRTICE Y GRÁFICA
Para determinar los elementos de la parábola cuya ecuación general **es x^2 -4x-12y-8=0,** se expresa esta ecuación general como una ecuación canónica.
1 paso: **x^2 - 4x = 12y + 8 (**escriba las expresiones de **"x"** al lado izquierdo y las de "**y"** con el termino independiente al lado derecho)

2. Paso: x^2 – 4x _______ = 12y + 8 + _______ completa el cuadrado (recuerde que se suma a ambos lados de la igualdad el coeficiente de x dividido en dos y elevado al cuadrado) es decir $(\frac{4}{2})^2 = 4$
3. paso: **x^2 - 4x + 4: = 12y + 8 + 4** luego se factoriza a ambos lados
4. paso: $(x – 2)^2 = 12y + 12$

Se tiene entonces que la ecuación canónica está dada por $(x – 2)^2 = 12 (y + 1)$, identifica que la parábola es vertical.

Si analiza la ecuación canónica identifica que el vértice (h, k) es (2, -1)
4p = 12, despejando p= 3

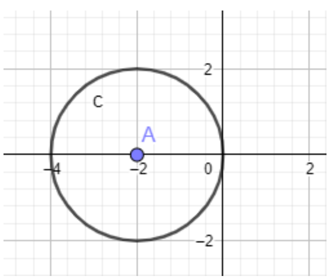
El foco (h, k + p) es decir (2, -1+3) = (2, 2)
La directriz es y = k – p, y = - 1 -3, y = -4 y el eje de simetría es x = 2, la longitud del lado recto es 4p = 12 ahora la grafica



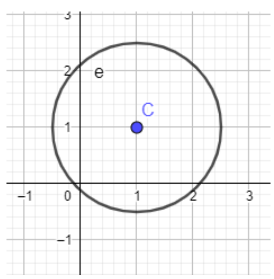
PRACTICO LO QUE APRENDI:
En el cuaderno de cálculo desarrollar con el acompañamiento de tu docente la siguiente actividad.

1. Determina el centro y el radio de cada circunferencia
   a. $x^2 + y^2 + 8x - 8y - 20 = 0$
   b. $2x^2 + 2y^2 - 8x + 24y + 4 = 0$
   c. $3x^2 + 3y^2 + 36x - 24y + 96 = 0$
   d. $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$
2. observa las gráficas y escribe la ecuación general de cada circunferencia

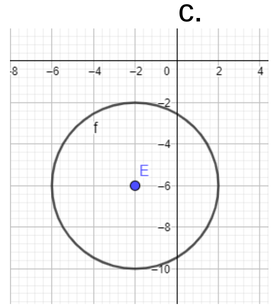
   a.



   b..

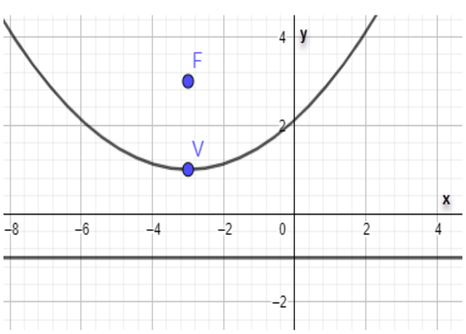


   c.

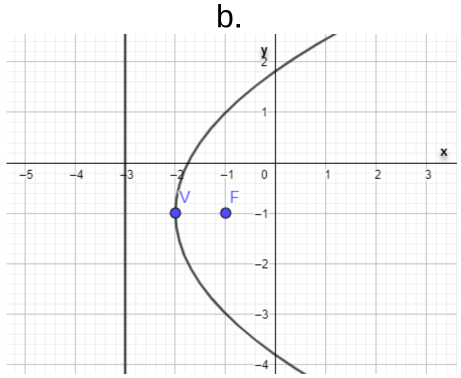


   Graficas hechas con Geogebra
3. Halla la ecuación canónica y general de la parábola a partir de las condiciones dadas y gráfica
   a. V (0, 0) y F (6, 0)
   b. V (2, -1) y F (4, -1).
   c. Eje de simetría es la recta x= 5, F (5, -4) y la recta directriz pasa por el punto (2, -7)
4. Escribe la ecuación general de cada parábola

   a.



   b.

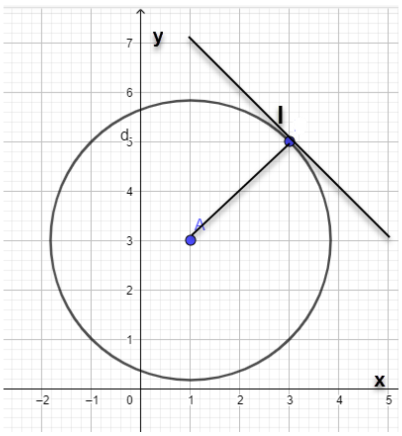


Gráficas hechas con Geogebra
Ejercicios tomados del libro del estudiante MATEMATICAS 10 (TODOS POR UN NUEVO PAIS)

¿CÓMO SÉ QUE APRENDÍ?

ACTIVIDAD PARA ENTREGAR: Lo debe realizar en el cuaderno de cálculo de manera ordenada y clara, mostrando cada proceso desarrollado y las gráficas se realiza en papel milimetrado y se pega en el cuaderno donde corresponda, Si tienes conectividad lo sube al classroom si no tiene conectividad lo entrega en la foto copiadora de Don Camilo Agudelo Carrera 25 # 33-44

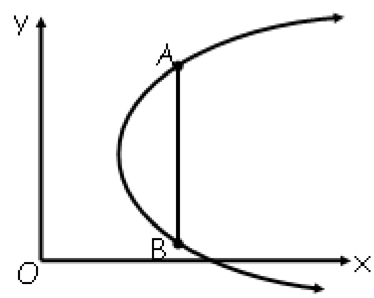
1. La ecuación del trayecto que realiza una partícula alrededor de un punto fijo, expresada en metros, está dada por la ecuación $x^2 + y^2 - 96 = 0$ al completar ocho vueltas ¿qué distancia habrá recorrido?
2. En la siguiente gráfica la recta l es tangente a la circunferencia de centro (1, 3)



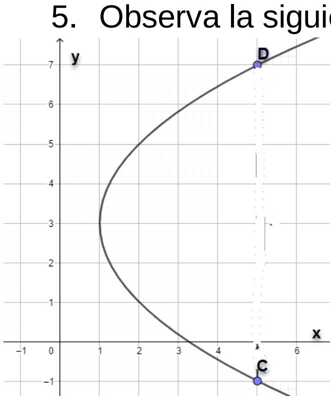
a. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente?
b. ¿Cuál es la ecuación canónica y general de la circunferencia?
c. Verifica que la recta paralela a la que pasa por el centro de la circunferencia es y = - x + 4

3. Si la ecuación general de una circunferencia es $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ ¿cuál es su centro y radio?

4. Hallar la ecuación de la parábola mostrada en el gráfico, si: A = (4 , 7) y B = (4 , 1)
$\overline{AB}$ = Lado Recto



5. Observa la siguiente figura y determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F)



a. El eje de simetría es x=3 ( )
b. La longitud del lado recto es 4 ( )
c. El foco es (1, 3) ( )
d. La ecuación de la recta directriz es x = 0 ( )
e. Su ecuación es $(y-3)^2 = 4(x-1)$ ( )

Ejercicios tomados del libro del estudiante MATEMATICAS 10 (TODOS POR UN NUEVO PAIS)

Para dar cumplimiento al PLAN DE LECTURA: se propone el texto titulado EL DESCUBRIMIENTO DE LA CIRCUNFERENCIA, después de realizar la lectura sugerida, realizar un dibujo en una cartulina tamaño oficio que represente la idea principal. Y subirlo a classroom, en el espacio creado allí.

EL DESCUBRIMIENTO DE LA CIRCUNFERENCIA [CUENTO - TEXTO COMPLETO.]

LEOPOLDO LUGONES

Clinio Malabar era un loco, cuya locura consistía en no adoptar una posición cualquiera, sentado, de pie o acostado, sin rodearse previamente de un círculo que trazaba con una tiza. Llevaba siempre una tiza consigo, que reemplazaba con un carbón cuando sus compañeros de manicomio se la sustraían, y con un palo si se hallaba en un sitio sin embaldosar.

Dos o tres veces, mientras conversaba distraído, habíanle empujado fuera del círculo; pero debieron de acabar con la broma, bajo prohibición expresa del director, pues cuando aquello sucedía, el loco se enfermaba gravemente.

Fuera de esto, era un individuo apacible, que conversaba con suma discreción y hasta reía piadosamente de su locura, sin dejar, eso sí, de vigilar con avizor disimulo, su círculo protector.

He aquí como llegó a producirse la manía de Clinio Malabar:

Era geómetra, aunque más bien por lecturas que por práctica. Pensaba mucho sobre los axiomas y hasta llegó a componer un soneto muy malo sobre el postulado de Euclides; pero antes de concluirlo, se dio cuenta de que el tema era ridículo y comprendió la maldad de la pieza apenas se lo advirtió un amigo.

La locura le vino, pensando sobre la naturaleza de la línea. Llegó fácilmente a la convicción de que la línea era el infinito, pues como nada hay que pueda contenerla en su desarrollo, es susceptible de prolongarse sin fin. O en otros términos: como la línea es una sucesión de puntos matemáticos y estos son entidades abstractas, nada hay que limite aquella, ni nada que detenga su desarrollo. Desde el momento en que un punto se mueve en el espacio, engendrando una línea, no hay razón alguna para que se detenga, puesto que nada lo puede detener. La línea no tiene, entonces, otro límite que ella misma, y es así como vino a descubrirse la circunferencia. Tan pronto como Clinio realizó este descubrimiento, comprendió que la circunferencia era la razón misma del ser, realizando, también simultáneamente, este otro descubrimiento: Que la muerte anula el ser, cuando este ha perdido el concepto de la circunferencia.

Así explicaba el médico interno, el caso de Clinio Malabar.

Este sostenía aún un complemento de su idea. Todo ser, decía, es una convicción matemática. Para la inmensa mayoría, esta consiste en la unidad, o sea la evidencia abstracta de la línea limitada por sí misma. Esto que es un puro instinto, pues viene por transmisión hereditaria, sin necesidad alguna de formularse, no mortifica naturalmente. Los seres «unitativos», mueren por la convicción correlativa de la finalidad, que adoptan cuando son incapaces de concebir la perfección de la circunferencia; porque una circunferencia perfecta no tiene fin, y la muerte carece entonces de razón.

Los que comprenden el problema, muy pocos, necesitan vigilar su circunferencia. Es lo que hacía Clinio Malabar. Proponíase, en esta forma, ser inmortal; y es tan poderosa la sugestión, decía el médico interno, que en veinte años de manicomio aquel sujeto no había presentado el más leve signo de vejez.

Caminaba lo menos posible, con el objeto de no permanecer «ilimitado», y dormía en el suelo. Todos se habían acostumbrado ya a respetar su manía. Pero cierta vez, ingresó a la clínica un nuevo practicante, a quien chocó aquello extraordinariamente.

Empezó a hostilizar al loco, sin que este se ofendiera. Solo cuando intentaba borrarle su circunferencia, daba gritos tales, que era necesario suspender la operación. Desde aquel día, el loco empezó a describir en todos los parajes ocultos de las oficinas y de los patios, círculos de repuesto para usarlos en un caso de apuro. Una noche, el practicante se propuso salirse con la suya, pues como buen aficionado del manicomio, era a su vez un poco maniático; y mientras el loco dormía borró cuidadosamente su circunferencia. Algunos locos, puestos al tanto de la travesura, buscaron y borraron a su vez las circunferencias de repuesto.

Clinio Malabar no se levantó. Había muerto, al desvanecerse su limitación geométrica.

El incidente hizo algún ruido si bien no se le dio la ulterioridad judicial que reclamaba, en homenaje al decoro profesional; pero los locos quedaron tan impresionados, que desde ese día empezaron a oír por todas partes la voz de Clinio Malabar. Por la noche habló más de dos minutos debajo de una cama; a poco se hizo oír en varios puntos de la huerta. Los locos sabían algo, pero no querían decirlo. Lo curioso es que el fenómeno contagió a los ayudantes, quienes juraban haber oído también hablar al loco muerto.

Un día a las once de la mañana más o menos, comentábamos esto con el médico interno en la galería que rodeando el patio del hospicio nos protegía del bravo sol festival.

De repente bajo un tarro que cubría puesto boca abajo no sé qué plantitas exóticas, allí, a veinte pasos de nosotros estalló sonora una frase. ¡La voz de Clinio Malabar!

Antes que volviéramos de la impresión los locos acudieron aullando, como vacas al sitio de un degüello. Todo el personal se conmovió. Allá bajo el sol clarísimo, en el patio raso, bajo el tarro aquel, sonaba con las mismas frases que tanto conocíamos, la voz de Clinio Malabar. De Clinio Malabar enterrado hacía una semana, previa la más completa autopsia.

Los locos nos lanzaban miradas feroces; el personal tiritaba horrorizado y nosotros mismos no sé adónde hubiéramos ido a parar si el médico, en un supremo arranque de energía, no vuela el tarro de un puntapié.

La voz cesó bruscamente, y sobre el cuadro mohoso que la boca del recipiente formara apareció inscripto con tiza uno de los círculos de Clinio Malabar.

¿QUÉ APRENDÍ? Estas preguntas te servirán de auto evaluación. Responde en tu cuaderno

1. ¿Recordaste como hallar el punto medio dado dos puntos de una recta, sin necesidad de graficarla? Explícalo con tus palabras
2. De lo visto en la guía que fue lo que más se te dificultó. ¿por qué?
3. ¿aprendiste a diferenciar la ecuación general de una parábola y de una circunferencia?
4. ¿aprendiste a determinar la ecuación de una parábola y de una circunferencia dados algunos de sus elementos o dado su gráfico?
5. ¿Cómo crees que puedes mejorar en tu proceso académico?