GUÍA N.º 1 ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA	
PERIODO DE COBERTURA DESDE: febrero 7	**HASTA:** marzo 4
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: febrero 25	
DOCENTE: María Islandia Espinosa Sánchez	
GRUPO: 11	
ESTUDIANTE:	

"La felicidad del cuerpo se funda en la salud; la del entendimiento, en el saber"

Thales de Mileto

¿QUE VOY A APRENDER?

Objetivos de aprendizaje

- Definir las distintas razones entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.
- Aplicar las razones trigonométricas en la resolución de triángulos rectángulos.
- Resolver problemas que involucran razones trigonométricas.
- Proponer diferentes estrategias en la solución de un problema que involucra razones trigonométricas.

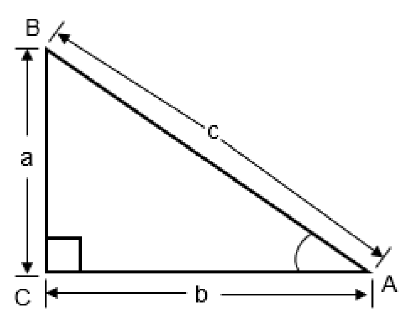
LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Un triángulo tiene tres lados y tres ángulos. En muchas aplicaciones debemos calcular algún elemento del triángulo conociendo a otros. Para hacerlo empleamos las razones trigonométricas.

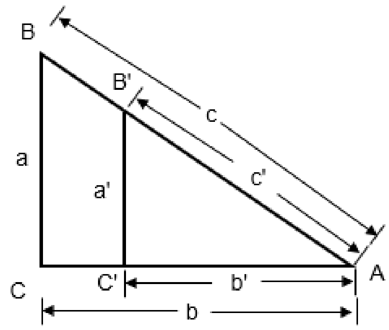
Una razón trigonométrica es el cociente entre las longitudes de un triángulo rectángulo.

Los pitagóricos relacionaron la longitud de los lados de un triángulo rectángulo utilizando el Teorema de Pitágoras, pero también encontraron la manera de relacionar los ángulos agudos del triángulo rectángulo con sus lados por medio de 6 razones diferentes.

Existen seis razones diferentes entre los lados de un triángulo. Si las longitudes de los lados son a, b y c, las posibles razones son: $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{b}$ y $\frac{c}{a}$. Observemos que las tres últimas son las razones reciprocas de las primeras. Consideremos el triángulo rectángulo de la figura de ángulos A, B, C con C = 90°. Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°, los ángulos A y B son complementarios. Es decir: A+B = 90° o en forma equivalente: B = 90° - A.



En relación con el ángulo A, los lados *a* y *b* se llaman **cateto opuesto** y **cateto adyacente,** respectivamente. El cateto opuesto al ángulo B es el cateto adyacente de *A* y viceversa. El lado de mayor longitud se llama hipotenusa.



El cociente entre dos lados cualesquiera del triángulo *ABC* depende sólo del ángulo y no de la longitud de los lados. Analicemos este aspecto. Al construir un nuevo triángulo rectángulo *AB'C'* con el mismo ángulo A $(\overline{BC} \parallel \overline{B'C'})$, como se muestra en la figura obtenemos dos triángulos semejantes: Δ*AB'C'* ~ ΔABC. Por tanto, sus lados resultan proporcionales: $\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'}$; $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$. Es decir, cada par de lados del Δ*ABC* y sus correspondientes Δ*AB'C'* forman una proporción.

De las seis relaciones establecidas entre los lados del triángulo, las más importantes son: $\frac{a}{c'}, \frac{b}{c}$ y $\frac{a}{b}$.

Estas razones tienen como razones inversas las siguientes: $\frac{c}{a}, \frac{c}{b}$ y $\frac{b}{a}$

La razón $\frac{a}{b}$ se denomina **seno de** A y corresponde al cociente entre el cateto opuesto al ángulo A y la hipotenusa. Abreviadamente, escribimos: sen A= $\frac{a}{c}$

La razón $\frac{b}{c}$ se denomina **seno de** B y corresponde al cociente entre el cateto opuesto al ángulo B y la hipotenusa. Abreviadamente escribimos sen B = $\frac{b}{c}$

La razón $\frac{a}{b}$ se denomina **tangente de** A y corresponde al cociente entre el cateto opuesto al ángulo *A* y el cateto adyacente del mismo ángulo. Abreviadamente escribimos tan *A*= $\frac{a}{b}$.

Definimos el **coseno de** *A* (en forma abreviada escribimos cos *A*) como el seno del ángulo complementario de *A*: cos *A* = sen *B* = $\frac{b}{c}$, es decir: coseno de *A* es el cociente entre el cateto adyacente del ángulo A y la hipotenusa.

En un triángulo rectángulo, las ***razones trigonométricas fundamentales*** *son:*

$$Sen\,A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \frac{a}{b}.$$

Las razones inversas de seno, coseno y tangente se llaman **cosecante (csc)**, **secante (sec)** y **cotangente (cot)**, respectivamente.

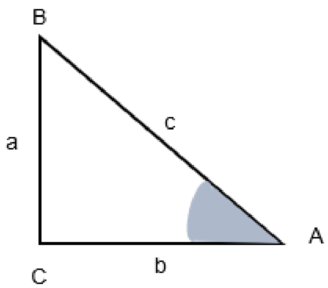
$\csc A = \frac{a}{sen\,A} = \frac{c}{a}$, $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{c}{b'}$ $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{b}{a}$

Recordemos que el reciproco de $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$

Y que siempre $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{\cancel{ab}}{\cancel{ba}} = 1$

El reciproco de $\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$ porque $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$

El reciproco de $-\frac{1}{2}$ es -2 porque $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2}{1}\right) = +\frac{2}{2} = 1$

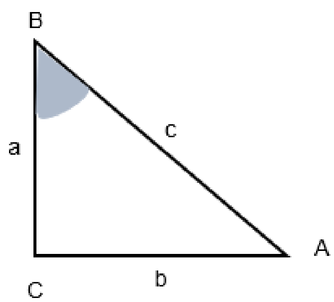


*Las seis **razones trigonométricas** correspondientes al **ángulo agudo** A de un triángulo rectángulo son:*

$sen\ A = \frac{a}{c} = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$ $\quad csc\ A = \frac{c}{a} = \frac{hipotenusa}{cateto\ opúesto}$

$cos\ A = \frac{b}{c} = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$ $\quad sec\ A = \frac{c}{b} = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente}$

$tan\ A = \frac{a}{b} = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$ $\quad cot\ A = \frac{b}{a} = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$



Las seis razones trigonométricas correspondientes al ángulo agudo B de un triángulo rectángulo son:

$sen\ B = \frac{b}{c}$ $\quad csc\ B = \frac{c}{b}$

$cos\ B = \frac{a}{c}$ $\quad sec\ B = \frac{c}{a}$

$tan\ B = \frac{b}{a}$ $\quad cot\ B = \frac{a}{b}$

Como ∡ A es complementario con ∡ B, si observas

$sen\ \hat{A} = cos\ \hat{B}$ $\quad csc\ A = sec\ \hat{B}$

$cos\ \hat{A} = sen\ \hat{B}$ $\quad sec\ \hat{A} = csc\ \hat{B}$

$tan\ \hat{A} = cot\ \hat{B}$ $\quad cot\ \hat{A} = tan\ \hat{B}$

Expresémoslo de otra forma

$\cos\hat{B} = sen\ (90^\circ - B) = sen\ A$

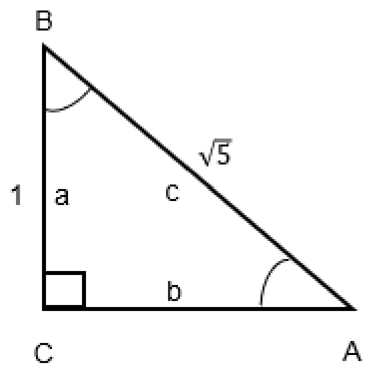
$\cot\hat{B} = tan\ (90^\circ - B) = tan\ \hat{A}$

$\csc\hat{B} = sec\ (90^\circ - B) = Sen\ \hat{A}$

Ejemplo No. 1

Ahora vamos a encontrar las 6 razones trigonométricas para el ángulo A de triángulo ABC recto en C, con a = 1 y c = $\sqrt{5}$

Lo primero que debemos hacer es dibujar el triángulo ABC.



Aplicamos el Teorema de Pitágoras para encontrar el valor de b.

$b^2 = (\sqrt{5})^2 - 1^2$ Aplicamos el teorema de Pitágoras.
$b = \sqrt{5-1}$ Despejamos el valor de b.
$b = 2$ Simplificamos la expresión.

En consecuencia:

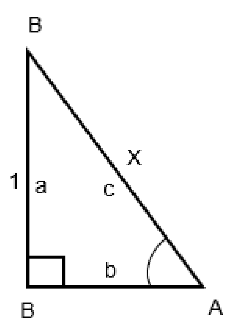
$sen\ A = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \cos B$	$\cot A = 2 = \tan B$
$cos\ A = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \text{sen}\, B$	$\sec A = \frac{\sqrt{5}}{2} = \csc B$
$tan\ A = \frac{1}{2} = \cot B$	$\csc A = \sqrt{5} = \sec B$

Ejemplo No. 2

Hallemos el valor del $cos\ \hat{A}$, si $sen\ \hat{A} = \frac{1}{x}$

Primero dibujemos el triángulo rectángulo.

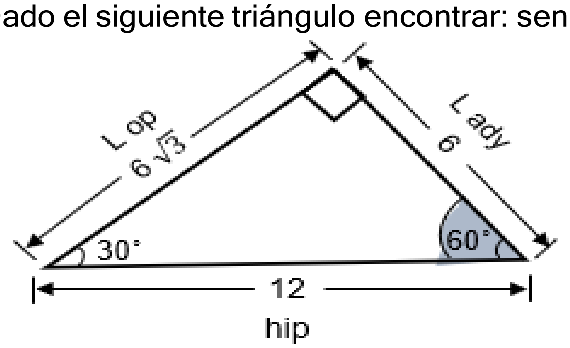
Si $sen\ \hat{A} = \frac{1}{x}$ $\rightarrow$ L op
$\rightarrow$ hip



$b^2 = x^2 - 1$
B $= \sqrt{x^2 - 1}$
Por tanto $Cos\ \hat{A} = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

Ejemplo No. 3

Dado el siguiente triángulo encontrar: sen 60˚, tan 60˚ y tan 60˚



$$sen\ 60^\circ = \frac{L\ op}{hip} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos\ 60^\circ = \frac{L\ ady}{hip} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$tan\ 60^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

Dentro de la resolución de triángulos, los problemas más usuales son: cálculo de longitudes, distancias entre pueblos y ciudades, perímetros de polígonos regulares, direcciones en la aviacióny rumbos en la navegación marítima.
Además, como en la antigüedad, la trigonometría sigue siendo una herramienta muy útil para satisfacer el afán del ser humano por desenredar los misterios del cielo y medir las distancias entre los astros.

Resolver un triángulo rectángulo *significa calcular las medidas de sus ángulos y de sus lados, a partir de una información dada. Para lograrlo es necesario conocer por lo menos dos elementos del triángulo, donde alguno de ellos debe ser un lado.*

Por ejemplo, si sólo conocemos dos ángulos, no podemos determinar en forma única la longitud de sus lados, pues podemos construir triángulos semejantes (con la misma forma, pero de distintos tamaños).
Familiaricémonos con las definiciones de las razones trigonométricas de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, con el fin de encontrar eficientemente la razón que relaciona entre si dos partes específicas del triángulo rectángulo.

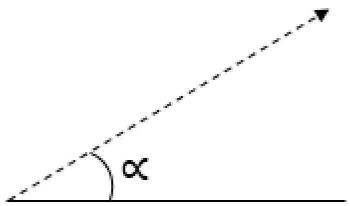
> ¿Cómo resolver triángulos rectángulos?

1. Conociendo dos lados

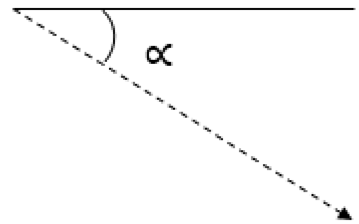
Mediante el teorema de Pitágoras podemos hallar el tercer lado. Luego, mediante cualquier razón trigonométrica (seno y coseno suelen ser las más usadas), encontramos la medida de alguno de los ángulos, consultando una tabla o con calculadora.

2. Conociendo un ángulo y un lado

Si conocemos la medida de un ángulo podemos hallar la medida del otro, pues son complementarios. Utilizamos una razón trigonométrica que involucre el lado conocido y hallamos el segundo lado. El tercer lado se puede calcular con el teorema de Pitágoras o con otra razón trigonométrica.
Al momento de efectuar los cálculos, es indispensable que usemos una calculadora. Sin embargo, cuando el triángulo rectángulo tiene ángulos de 30°, 45° o 60, acostumbramos dar los valores exactos, en vez de dar las aproximaciones obtenidas en la calculadora.
Ahora veamos una de las aplicaciones inmediatas de las razones trigonométricas. Las aplicaciones de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo incluyen ángulos de elevación, ángulos de depresión y rumbos usados en navegación marítima y aérea.
Supongamos que una persona observa un objeto que se encuentra por encima de la horizontal (línea imaginaria horizontal que se forma a la altura de los ojos del observador). El ángulo que forma la visual con la horizontal se llama **ángulo de elevación**. Si por el contrario el objeto se encuentra por debajo de la horizontal, el ángulo se llama **ángulo de depresión**. Podemos usar las razones trigonométricas en muchas situaciones de la vida diaria.

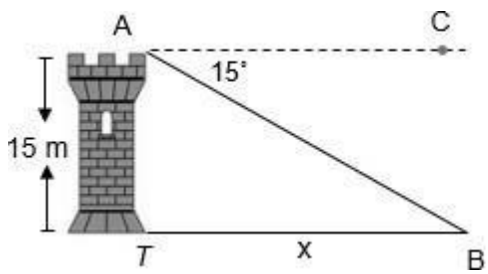


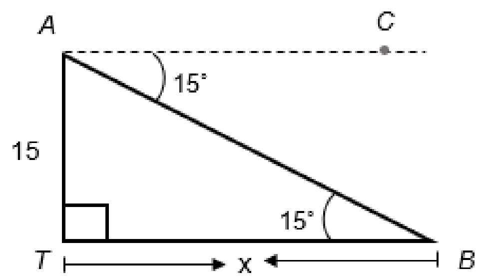
Angulo de elevación



Angulo de depresión

Ejemplo No. 1
Desde una torre de 15 m de altura se observa un barco con un ángulo de depresión de 15˚, como lo muestra la figura ¿A qué distancia de la torre se encuentra el barco?
Lo primero que hacemos es un gráfico.





Para hallar el valor *x* consideramos el triángulo rectángulo formado por los extremos inferior y superior de la torre y el barco (ver figura). Como el segmento *BT* es paralelo a la línea visual horizontal *AC*, y los dos son cortados por una transversal, entonces los ángulos alternos internos son congruentes. De ahí que m < *B* = 15°.

Los datos del problema corresponden a los catetos del triángulo y las relaciones que involucran a los catetos son tangente y cotangente.

$tan\ 15^\circ = \frac{15}{x}$ Empleamos la tangente de 15˚.

$tan\ 15^\circ = 0{,}27$ Calculamos el valor de tan 15˚.

$0{,}27 = \frac{15}{x}$ Igualamos las dos ecuaciones.

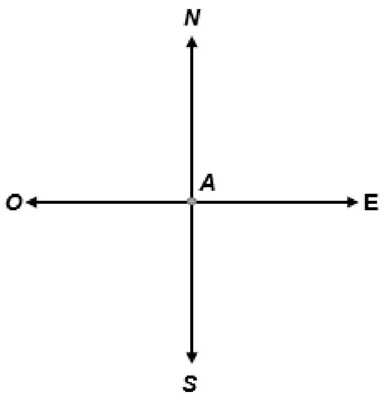
$x = \frac{15}{0{,}27}$ Despejamos el valor de *x.*

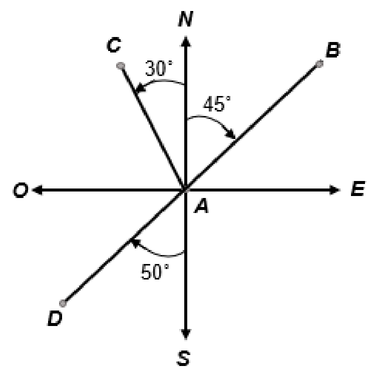
$x = 55{,}55$ Obtenemos el valor de *x*.

El barco se encuentra a 55.55 m de la torre.

En la navegación marítima o aérea se emplea el término **rumbo** o **dirección**.
Consideremos dos rectas perpendiculares que se cortan en el punto *A*. La recta vertical se llama línea norte-sur y la horizontal este-oeste, como se observa en la figura.

El rumbo de un punto B es el ángulo agudo (su medida está entre 0° y 90°) que forma $\overline{AB}$ con el eje norte-sur. Para representar el rumbo, mencionamos primero la letra N o S según sea norte o sur, luego el ángulo agudo y finalmente O o E, según sea oeste o este. En la figura los rumbos de los puntos, B, C y D son:
El rumbo de B es N 45° E, el de *C* es N 30° O, y el de *D* es S 50° O.

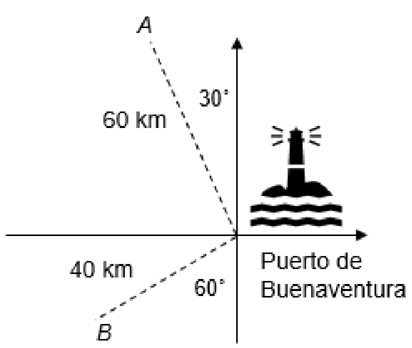




Ejemplo No. 2

Dos barcos salen al mismo tiempo del puerto de Buenaventura: uno con rumbo N 30° O, con una velocidad de 60 km/h; el otro sale con rumbo S 60° O, a 40 km/h. ¿Qué distancia separa los barcos una hora después de partir?

Primero hagamos un gráfico.

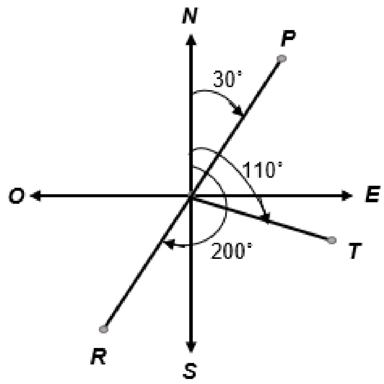


Al cabo de una hora el barco que va hacia el no reste ha avanzado 60 km, mientras que el otro ha avanzado 40 km. Puesto que el triángulo que de terminan los desplazamientos es rectángulo (ve gratícalo), podemos calcular la distancia entre los barcos mediante el teorema de Pitágoras:

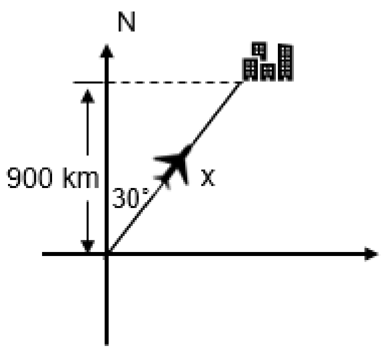
$$\overline{AB} = \sqrt{40^2 + 60^2} = \sqrt{1600 + 3600} = 72{,}11$$

Ejemplo No. 3

En la navegación aérea la dirección se mide con un ángulo entre 0˚ y 360˚ desde el eje norte-sur, medido en sentido de las manecillas del reloj. Por ejemplo, las direcciones de los puntos que se muestran en la figura son: *P*30˚; la de *T* es 110˚ y la de *R* es 200˚.



Un avión vuela con una velocidad de 350 km/h en dirección 30 hacia una ciudad ¿Cuánto tardará en llegar a la ciudad si ésta se localiza 900 km al norte?



De acuerdo con la figura, primero calculamos la distancia x desde el aeropuerto hasta la ciudad.

$\cos 30^\circ = \frac{900}{x}$ Escribimos el cos 30° en términos de los datos de la figura.

$x = \frac{900}{\cos 30^\circ}$ Despejamos el valor de *x*.

$x = 1039{,}23$ Simplificamos y obtenemos la distancia del avión a la ciudad.

Para establecer el tiempo que empleará el avión en recorrer la distancia *x*, consideramos la fórmula de velocidad:

$v = \frac{s}{t}$ Empleamos la ecuación de velocidad respecto al desplazamiento y al tiempo.

$t = \frac{s}{v} = \frac{1039{,}23}{350}$ Reemplazamos valores. En este caso *s* = *x*.

$t = 2{,}97$ Obtenemos el resultado.

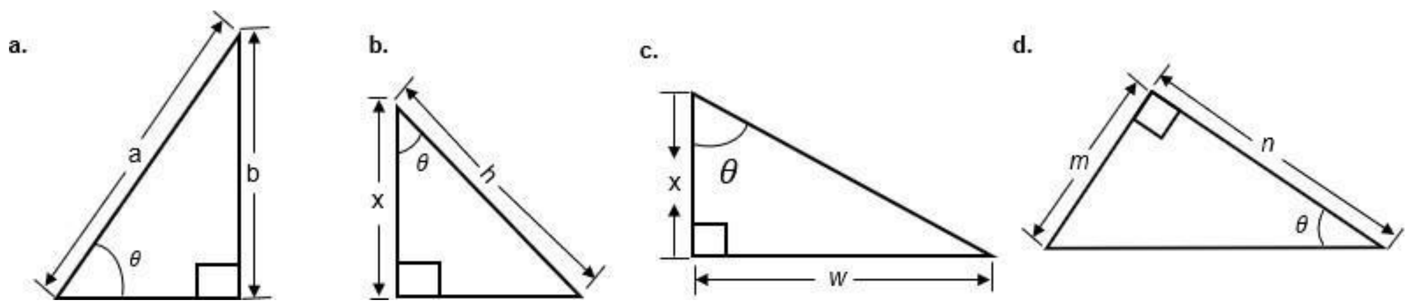
El tiempo empleado por el avión en llegar a la ciudad es de 2,97 horas que equivalen a 2 horas 58 minutos.

Tomado de Delta 10

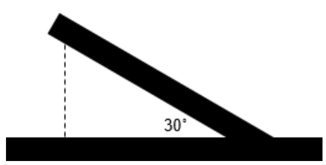
PRACTICO LO QUÉ APRENDÍ

Antes de iniciar esta actividad, observa los siguientes videos.
Video1https://www.youtube.com/watch?v=Dbd5OmbOE9c
Video2 https://www.youtube.com/watch?v=LWRcpMfUCUE

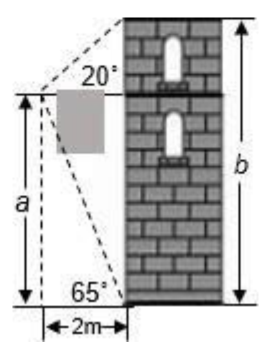
1. Explica qué razón trigonométrica del ángulo θ relaciona los lados indicados en cada triángulo. Puede haber más de una opción.



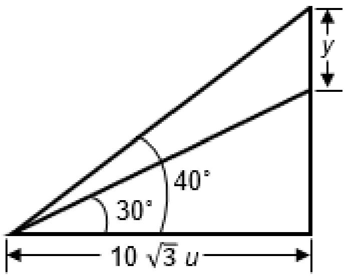
2. Un autobús que viaja a 60km /h toma un desvío por un camino recto que forma un ángulo de 30° con la avenida principal, como se muestra en la figura. ¿cuál es la distancia que lo separa de la avenida después de 1 hora de viaje?



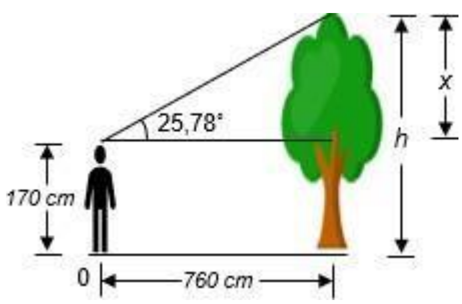
3. Halla los valores de *a* y *b*



4. Halla el valor de *y* en la figura



5. Un árbol proyecta una sombra de 760 cm de largo. Desde el punto donde termina la sombra, una persona de 170 cm de estatura ve la copa del árbol con un ángulo de elevación de 25,78˚. La Figura muestra la representación de esta situación. Encontrar la altura (h) aproximada del árbol.



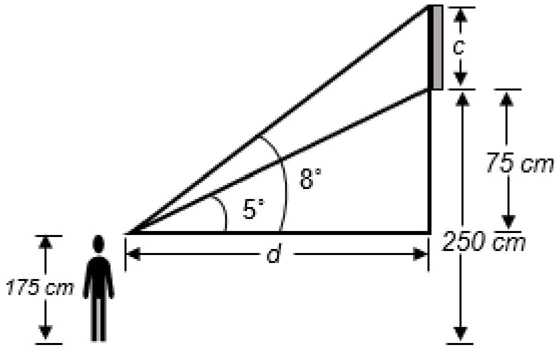
Tomado de Delta 10 y Libro del estudiante Matemática 10 Larousse.

¿CÓMO SÉ QUE APRENDÍ?

Esta actividad la desarrollas en tu cuaderno de taller, pero antes de iniciar te invito a que veas los siguientes videos

Video 3 https://www.youtube.com/watch?v=KaRi76SXaoM
Video 4 https://www.youtube.com/watch?v=qDHhGz0xKVQ

1. Un cuadro está colgado en una pared de forma que su extremo más bajo se encuentra a 2,5 m del suelo. Una persona de 175 cm de estatura ve el extremo inferior del cuadro con un ángulo de elevación de 5˚ y el extremo superior con un ángulo de elevación de 8˚. A qué altura sobre el nivel del piso se encuentra el extremo superior del cuadro.



2. Un piloto de un avión que vuela horizontalmente a una velocidad constante de178 m/s observa desde un punto *A*, con un ángulo de depresión de 30˚ un punto *P* situado en un terreno. Veinte segundos más tarde, el ángulo de depresión con el que el piloto observa el mismo punto *P* es de 57˚. Calcular la altura a la que se encuentra el avión.

3. Encuentro el valor de *x* en la proporción.

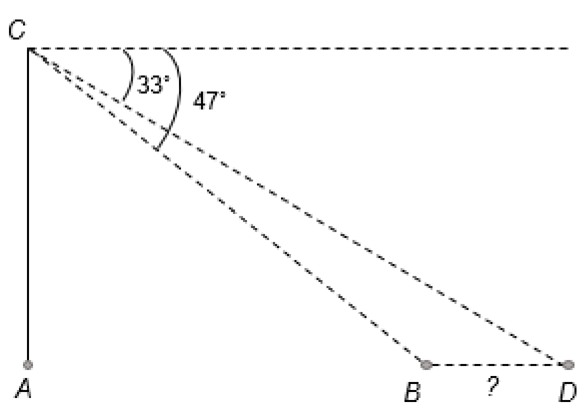
a. $\frac{x}{3} = \frac{8}{24}$ b. $\frac{x}{4} = \frac{9}{16}$ c. $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$ d. $\frac{1+x}{4} = \frac{5}{x}$

4. Factorizo las expresiones.0bserva el siguiente video

Video 5 https://www.youtube.com/watch?v=a8CUEopWCN0

a. $x^2 - x^2y^2$ **b.** $x^3 - x^2 + x - 1$ **c.** $x^3 - 7x - 2x^2 + 14$

5. Observa la figura y responde, si $m\overline{AC} = 200$ m



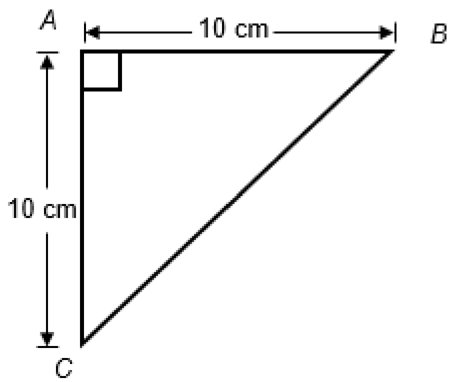
¿Cuál es la distancia que separa los puntos *B* y *D*?

QUE APRENDÍ

Para reforzar observa los siguientes videos:

Video 6 https://www.youtube.com/watch?v=ab5zraZ-4q8
Video 7 https://www.youtube.com/watch?v=t33uNY4LFos

1) Elabora una tabla para las 6 funciones trigonométricas del ángulo B. Luego responde:



a. Qué clase de triángulo es Δ ABC.
b. Cuanto mide el $\measuredangle B$.
c. Cuanto mide el $\measuredangle C$.
d. Cuando mide el lado $\overline{BC}$

2) Con tus propias palabras explica qué es resolver un triángulo.
3) Inventa un problema en donde para resolver necesites usar una de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.
4) ¿Qué fue lo que más se te dificultó?

‹‹Para llevarnos bien no necesitamos las mismas ideas, necesitamos el mismo respeto››

Russell Palacios