	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA 2	Actualización:

GUÍA N.º 2 ASIGNATURA: CALCULO (TRIGONOMETRÍA)
PERIODO DE COBERTURA DESDE:7 de Marzo HASTA: 1 de Abril
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: Cuando el docente lo indique
DOCENTE: María Islandia Espinosa Sánchez
GRUPO: 11
ESTUDIANTE:

"El universo no sería tal cosa, sino fuera el hogar de la gente a la que amas"

Stephen Hawking

¿QUE VOY A APRENDER?

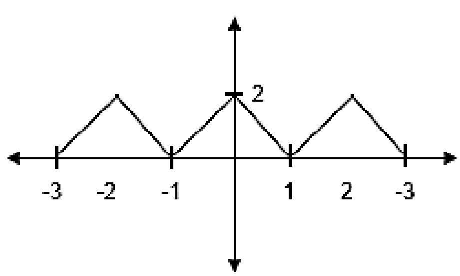
Objetivos de aprendizaje

- Reconocer cuando una función es periódica y determinar su periodo
- Descubrir las propiedades de las funciones circulares a partir de la representación gráfica sobre un círculo unitario.
- Completar tablas con los valores de las razones trigonométricas para ángulos cuadrantales (0°,90°,180°,270°,300°) y ángulos notables (30°,45°,60°)
- Calcular las razones trigonométricas de un ángulo θ en posición normal, cuyo lado final pasa por un punto cuyas coordenadas se indican.
- Encontrar los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo medido en grados o radianes a partir de su respectivo ángulo de referencia, usando la calculadora para el ángulo agudo cuando sea necesario.

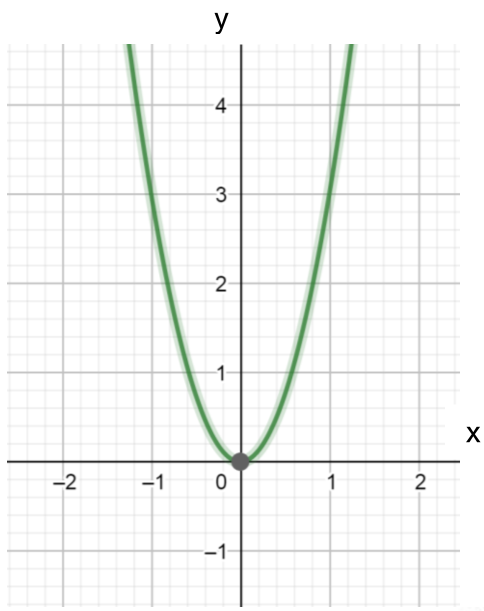
CONCEPTOS PREVIOS

Observa las siguientes gráficas:

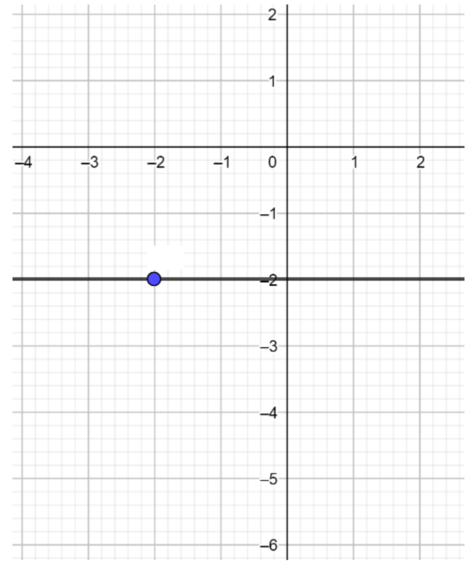
a)



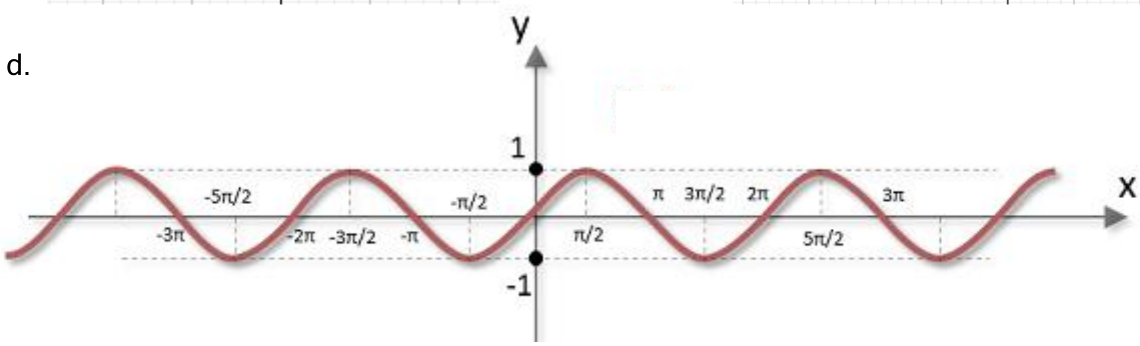
b,



c.



d.



1. ¿Qué podemos observar en el grafico a y d?
2. Encuentra dominio y rango de cada función
3. ¿La grafica b qué clase de función es?
4. ¿La grafica c que clase de función es?
5. Encuentra la ecuación de las gráficas b y c
6. En las gráficas a, b y c encuentra las imágenes de: 0,1,-1,2-2
7. En la gráfica d encuentra las Imágenes de $\frac{\pi}{2}$ $,2\pi, 5\pi$

Referencias

Tomado de Matemática una propuesta curricular I0

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

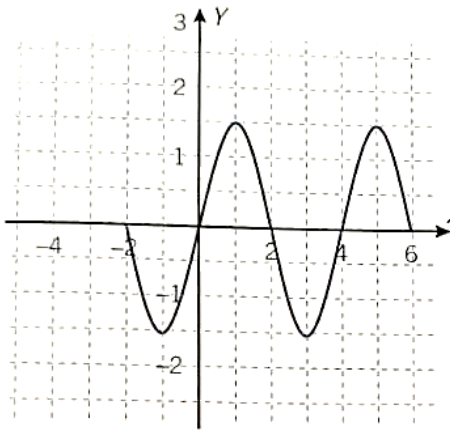
Las funciones periódicas más frecuentes son las funciones circulares y las funciones trigonométricas. Las funciones periódicas se usan ampliamente en el estudio de fenómenos como el sonido, corrientes eléctricas alternas, ondas electromagnéticas, etc.

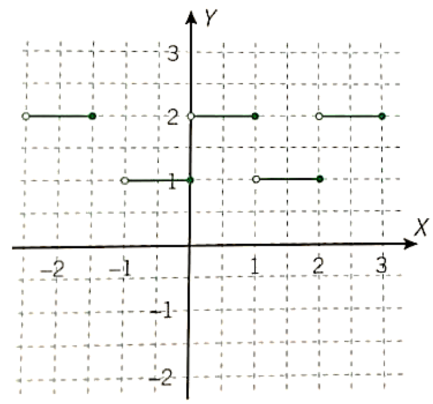
FUNCIÓN PERIÓDICA: sea f una función con dominio un subconjunto de IR, si existe un número real a # 0, tal que x + a pertenezca al dominio de f y, además:

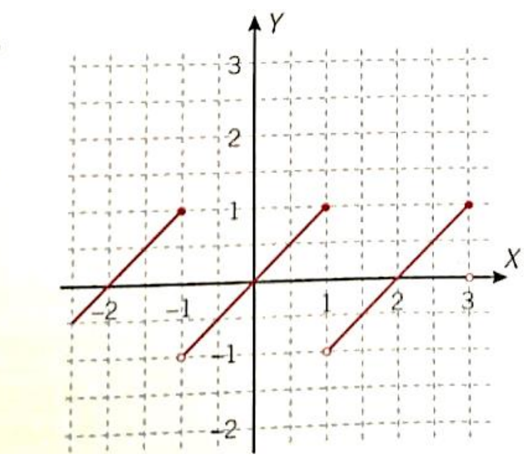
f(x+a) = f(x) => f es una función periódica, de periodo a.
Si f tiene periodo a, tendrá también períodos 2 a, 3 a, -2 a, -3 a y en general, Ka, donde K € Z K # 0.
El menor a positivo para el cual la función es periódica se denomina periodo fundamental o simplemente periodo. Y lo simbolizamos **T**

ACTIVIDAD No 1

1) Lee la definición de función periódica y cópiala en tu cuaderno
2) Encuentra el periodo de las gráficas a y d de Conceptos previos
3) Determina la amplitud, el periodo y el número de Ciclos dibujados de cada una de las funciones dadas:

a.


b.


c.


4) Grafica la siguiente relación: $x^2 + y^2 = 1$
   a) Es R una función, ¿Por qué?
   b) ¿Qué clase de ecuación representa R?
   c) ¿Cómo encuentras la longitud de una circunferencia?
   d) ¿Cómo se encuentra el área de un circulo
   e) ¿Cómo se encuentra la longitud de un arco
   f) ¿Cómo se encuentra el área de un Sector circular?

LUGARES GEOMÉTRICOS Y LA CIRCUNFERENCIA

Cuando un conjunto de puntos satisface una o más propiedades geométricas, dicho conjunto se denomina LUGAR GEOMÉTRICO

EJEMPLO 1

La MEDIATRIZ de un segmento es el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de los extremos del segmento.

EJEMPLO 2

La BISECTRIZ de un ángulo es el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de los lados del ángulo

EJEMPLO 3

La CIRCUNFERENCIA es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto del mismo plano, llamado centro. La distancia común se llama RADIO

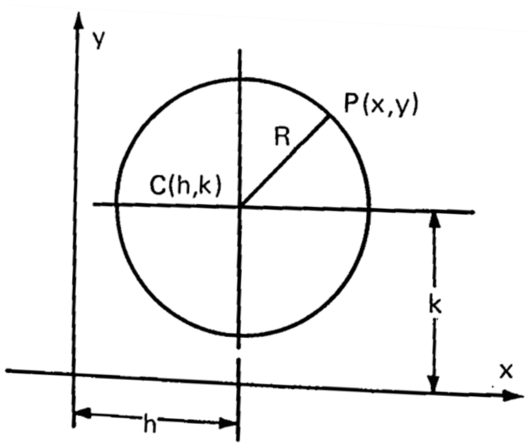
OBSERVACION

En otras unidades posteriores estudiaremos otros lugares geométricos LA LINEA RECTA, LA PARABOLA, LA ELIPSE y LA HIPÉRBOLA

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Para dibujar una circunferencia sólo necesitamos conocer el centro y el radio. De la misma forma, para determinar su ecuación necesitamos conocer las coordenadas del centro y la medida del radio.

Sea C (h, k) las coordenadas del centro, R la medida del radio.



La definición de circunferencia dice que la distancia de centro (C) a un punto cualquiera de la circunferencia (P) es igual at radio (R). Por lo tanto

$CP = R = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$: Distancia entre dos puntos

$R^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$: elevamos al cuadrado

RECORDEMOS

La ecuación de una circunferencia con centro en C (h, k) y radio R está dada por la ecuación:

$R^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$

CASO PARTICULAR

Si el centro de la circunferencia es el origen del plano (0, 0) entonces la ecuación se convierte en:

$R^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$

Si el radio de esta última ecuación es 1, entonces queda

$x^2 + y^2 = 1$

Esta ecuación se denomina CIRCUNFERENCIA UNITARIA REFERENCIAL y será de gran utilidad en la unidad siguiente.

RECORDEMOS

La ecuación $x^2 + y^2 = R^2$ corresponde a una circunferencia con centro en (0,0).

La ecuación $x^2 + y^2 = 1$ se denomina CIRCUNFERENCIA UNITARIA REFERENCIAL

EJEMPLO 4

Determinemos los interceptos con los ejes de la ecuación $x^2 + y^2 = 1$

Solución:

a) Interceptos con el eje x: Los puntos donde la curva "corta" al eje x, tienen ORDENADA CERO (y = 0).

$x^2 + y^2 = 1$; pero y = 0

$\therefore\ x^2 + 0 = 1$

$\therefore\ x = \pm 1$

Luego, los interceptos con el eje "x" son: (1,0) y (-1,0).

b) Intercepta con el eje "y": Los puritas donde la curva corta al eje y, tienen abcisa cero (x=0)

$x^2 + y^2 = 1$ Como x=0, entonces

$0^2 + y^2 = 1$

$y^2 = 1$

$y = \pm \sqrt{1}$

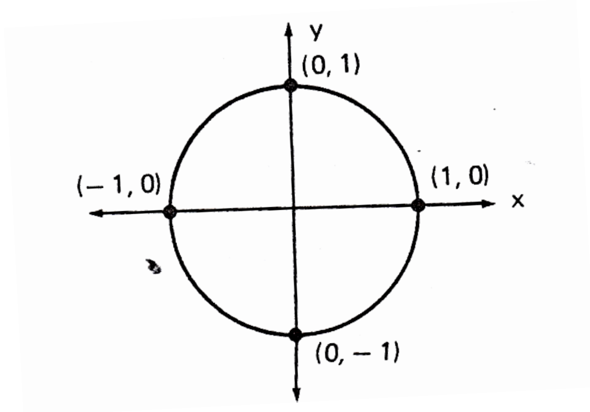
los Interceptos con el eje "y" son (0, 1) y (0, -1) Ahora grafiquemos $x^2 + y^2 = 1$

Referencias

Tomado de Matemática una propuesta curricular I0

FUNCIÓN CIRCULAR

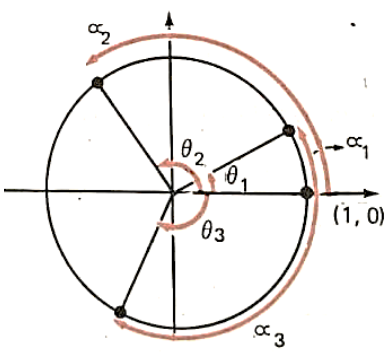
En esta sección vamos a construir una función que nos servirá de soporte para definir más adelante las funciones trigonométricas: LA FUNCIÓN CIRCULAR. La base para construir esta función, como su nombre lo dice, es una circunferencia con centro en (0, 0) y radio igual a 1



Naturalmente, para definir una función debemos conocer lo siguiente:
- EL CONJUNTO DE PARTIDA
- EL CONJUNTO DE LLEGADA
- LA REGLA QUE DEPINA LA FUNCIÓN

Vamos por partes:

a) EL CONJUNTO DE PARTIDA está formado por todos los ángulos centrales en posición normal de la circunferencia unitaria o por los arcos de la misma circunferencia que parten del punto (1, 0);



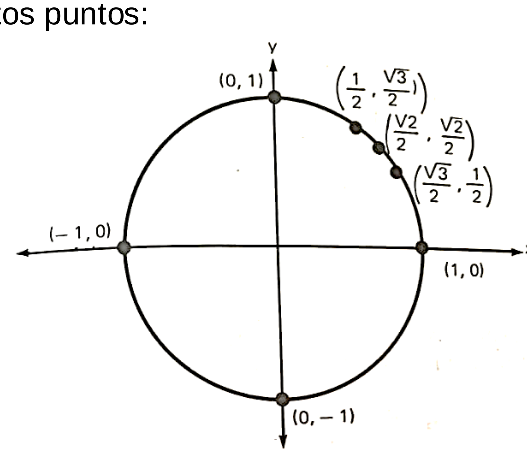
b) EL CONJUNTO DE LLEGADA está formado por todos los puntos de la circunferencia unitaria; es decir, por todas aquellas parejas ordenadas (x, y) que satisfacer la ecuación:

$x^2+y^3=1$

La figura nos muestra algunos de estos puntos:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{2}{4}+\frac{2}{4}=\frac{4}{4}=1$$



$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$
$$(-1)^2 + 0^2 = 1 + 0 = 1$$

En adelante, los puntos que pertenecen a la circunferencia $x^2+y^3=1$ se llamaran puntos trigonométricos.

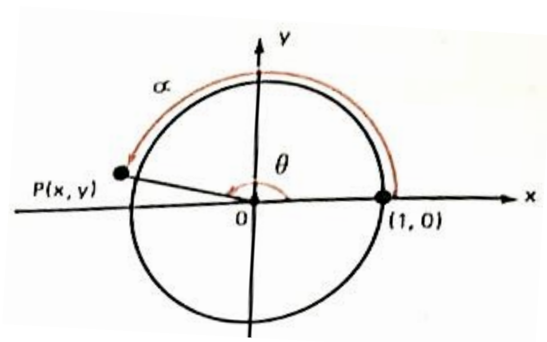
RECORDEMOS

Se llama PUNTO TRIGONOMÉTRICO aquel cuyas coordenadas satisfacen la ecuación $x^2 + y^2 = 1$; es decir:

(x,y) es PUNTO TRIGONOMÉTRICO $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$

c) LA REGLA que define la función es la siguiente:

A cada ángulo central o arco, considerado en las condiciones ya establecidas, le asignamos o asociamos el punto trigonométrico correspondiente al extremo del lado final del ángulo o del arco; así:



Esta correspondencia es una función ya que a cada ángulo central (o arco) le corresponde uno y solo un punto trigonométrico; es decir:

F (θ) = (x, y)

La función circular F asocia θ con (x,y)

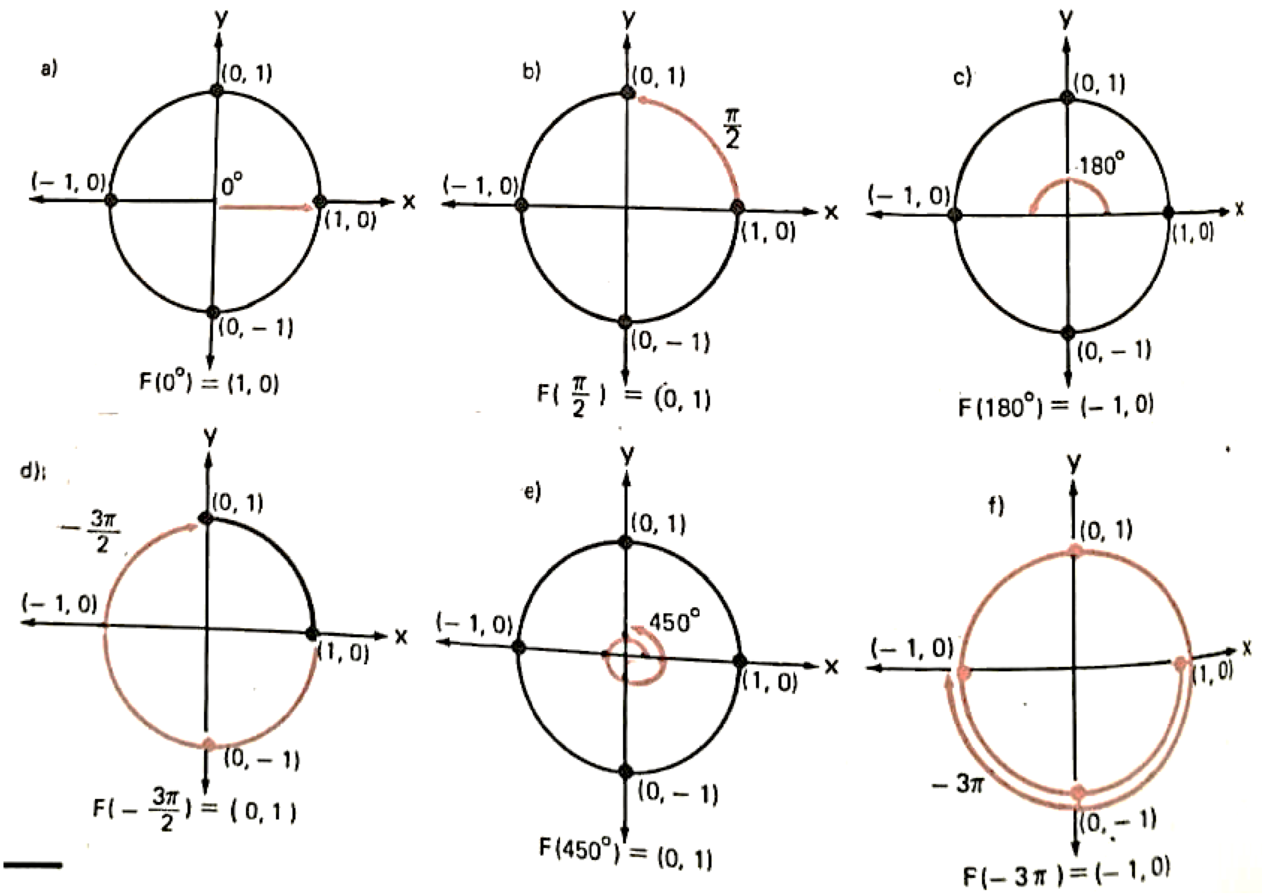
EJEMPLO 1

Calculemos el valor de la función circular para los siguientes ángulos y arcos:

a) $\theta = 0°$
b) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad
c) $\theta = 180°$
d) $\alpha = -\frac{3\pi}{2}$ rad
e) $\theta = 450°$
f) $\alpha = -3\pi\ rad$

SOLUCIÓN

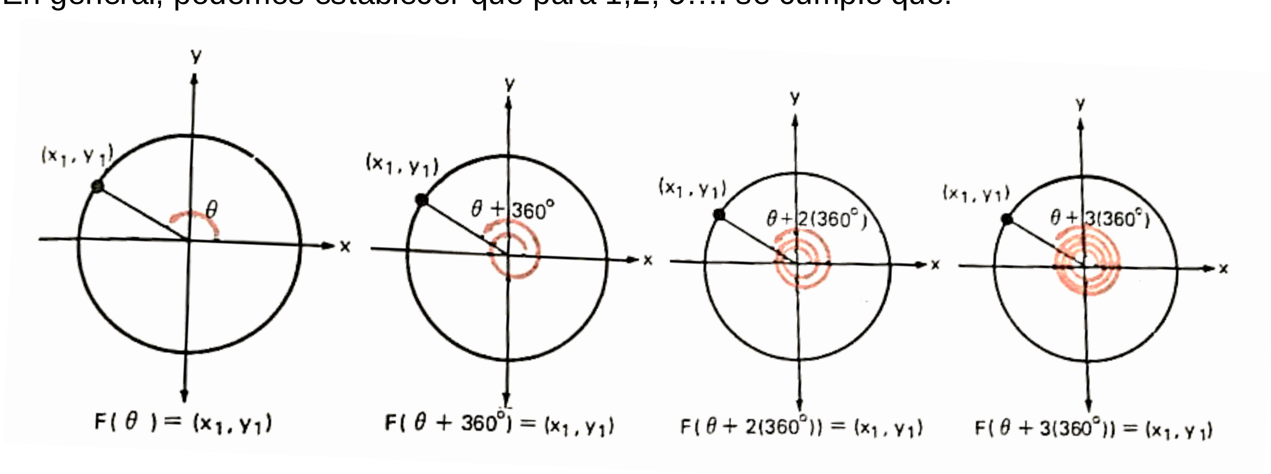
Dibujemos para cada caso la circunferencia unitaria, el ángulo o arco correspondiente y determinemos el punto trigonométrico asociado a cada uno.



OBSERVACIÓN IMPORTANTE

Si el ángulo es mayor de 360º, entonces seguimos dando vueltas hasta completar el ángulo deseado. Esto significa que podemos definir la función circular para ángulos mayores de 360°; sin embargo, cuando esto ocurre los puntos trigonométricos asociados se repiten;

En general, podemos establecer que para 1,2, 3…. se cumple que:



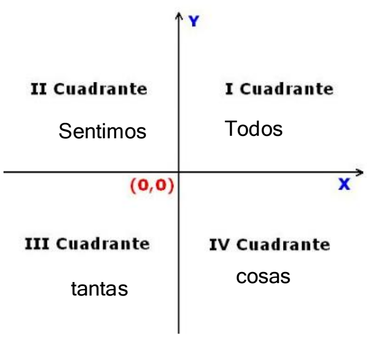
$F(\theta) = F(\theta + n(360°))$
Esto significa que la función circular repite cada 360° o que es una función PERIÓDICA, con periodo igual a 360°

RECORDEMOS
LA FUNCIÓN CIRCULAR es PERIÓDICA y su período es 360° (o 2π radianes) ya que para cualquier ángulo Θ y cualquier entero n se cumple que:
$F(\theta)=F(\theta + 360° \cdot n)$
El dominio de la función circular es el conjunto de los números reales, correspondiente a la medida de los ángulos centrales de la circunferencia unitaria; es decir:
$D_f = R_e$
El rango de esta función es el conjunto P de los puntos trigonométricos; es decir:

$R_f = P = \{(x, y) / x^2 + y^2 = 1\}$

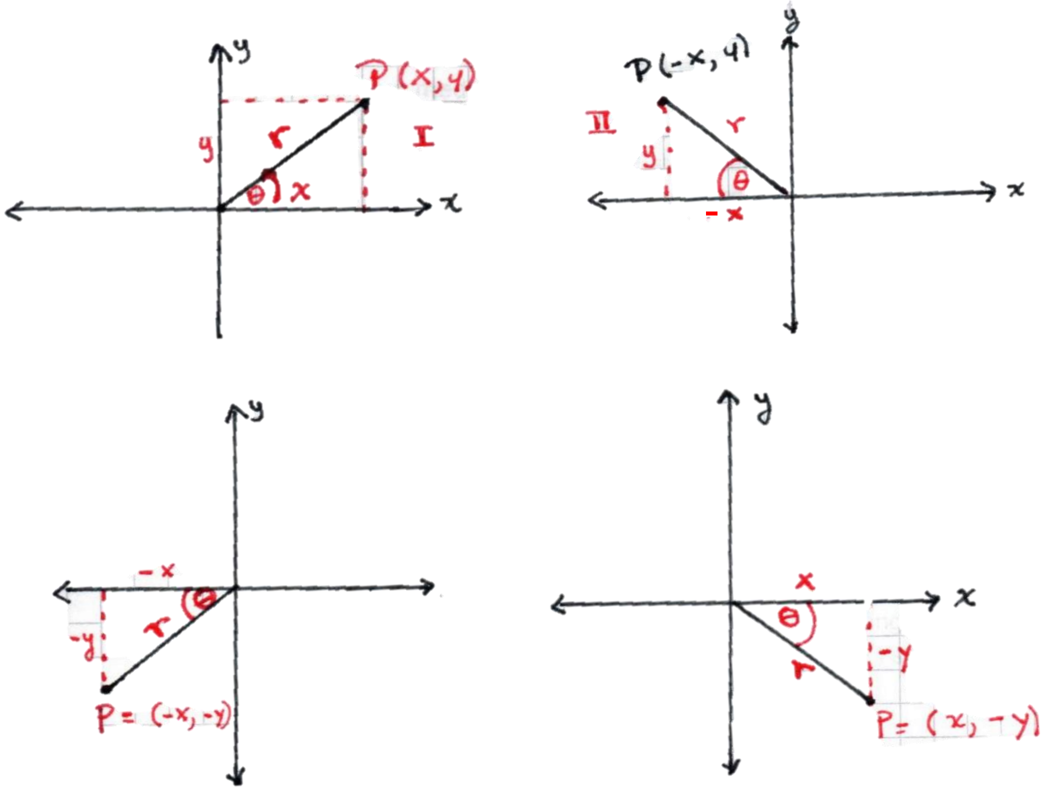
Referencias
Tomado de Matemática una propuesta curricular I0

SIGNOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS
A. Dependiendo del cuadrante en el que se encuentre el lado terminal de θ, una o ambas coordenadas de P(x, y) pueden ser negativas. Como $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, siempre es positivo, cada una de las seis funciones trigonométricas de θ, tienen valores tanto negativos como positivos.



Observemos las siguientes gráficas y para cada gráfica encontrar las 6 funciones Trigonométricas del ángulo θ con su signo respectivo:

Cuadrante	sen θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
I						
II						
III						
IV						



De acuerdo al ejercicio anterior, completa el siguiente cuadro para las 6 funciones trigonométricas del ángulo θ

Funciones	I	II	III	IV
Seno θ				-
coseno θ		-		
tangente θ			+	
cosecante θ				
secante θ	+			
cotangente θ				

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN GENERAL.

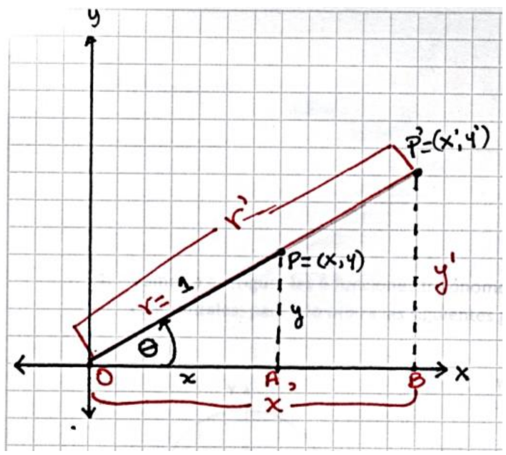
¿Cómo surgió?

Los historiadores han dado crédito a los griegos acerca de los primeros desarrollos formales de las funciones trigonométricas. Sin embargo, no fueron ellos los primeros en usarlas. Uno de los usos más remotos de la trigonometría es una tabla egipcia, que muestra la relación entre la hora del día y la longitud de la sombra que proyecta una escala vertical. Los egipcios conocían que la sombra era la más larga en la mañana, decrecía al mínimo a medio día y volvía a crecer al atardecer. La regla que da la hora del día en función de la longitud de la sombra, es un precursor de las funciones tangentes y cotangente que estudiamos hoy. Estas ideas fueron conocidas por egipcios y babilonios en el oriente medio, hace por lo menos 3500 años.

Los griegos usaron las funciones trigonométricas en una variedad de problemas importantes, incluyendo contadores de tiempo, prediciendo la trayectoria de cuerpos celestes (sol, luna, planetas, estrellas), definiendo rumbos en la navegación y diseñando calendarios. La trigonometría inicialmente fue esférica, es decir fue desarrollada sobre la superficie de una esfera (semejante a la tierra).
Hiparco de Rodas realizo en su observatorio, el cálculo del tiempo promedio de duración de un mes lunar, con una diferencia, de un segundo de valor aceptado hoy.

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN GENERAL

A continuación, definiremos funciones cuyos dominios son medidas de ángulos en posición normal. Observemos el grafico donde P= (x,y) y P' = (x', y') son dos puntos del lado final del ángulo θ , OP= r y OP'=r'.



1. Observamos que el ángulo θ tiene la misma abertura para el punto P y para el punto P'.
2. En el punto P el radio es 1, para el punto P' el radio es mayor que 1.
3. Proyectamos P y P' en los ejes de coordenadas.
4. Los Triángulos OAP Y OBP' Son semejantes porque tienen sus 3 ángulos congruentes criterio (A, A, A)
5. ¿Por qué θ está en posición normal?
6 En el $\triangle$ OBP', encontraremos el valor de r'
7 El valor de r' te ha tenido que dar r′ $\sqrt{(\mathrm{x}')^2 + (\mathrm{y}')^2}$
8 El lado opuesto θ se llama ordenada y el lado adyacente a θ se llama abscisa y hipotenusa h es el radio r distancia porque estamos trabajando en un círculo trigonométrico.
9 Con la información anterior, completa la siguiente tabla: para el ángulo θ en el $\triangle$ OBP'

Nombre de la función	Abreviatura	Definición
Seno θ		
coseno θ		
tangente θ		
cosecante θ		
secante θ		
cotangente θ		

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS CUADRANTALES

1. ¿Qué es un ángulo cuadrantal?
2. Ubícate en el círculo trigonométrico de radio 1

a. Para determinar las funciones trigonométricas de los ángulos que separan los cuadrantes

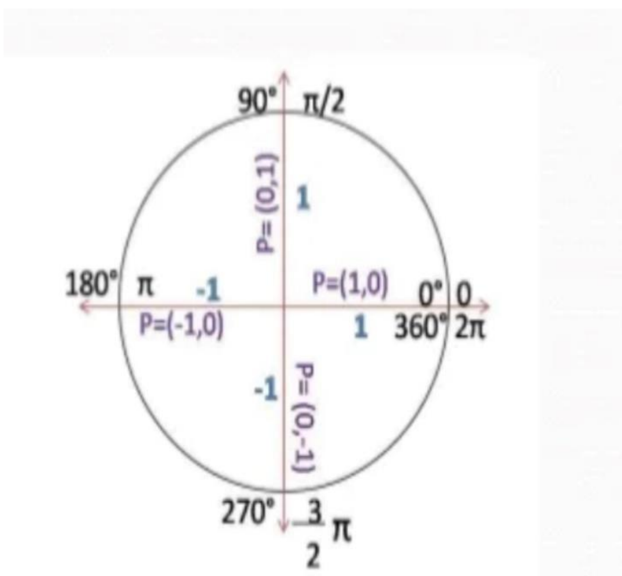
(Angulo cuadrantal), se puede utilizar cualquier punto P ubicado sobre el lado final del ángulo.

0°=$0\pi\ (rad)$

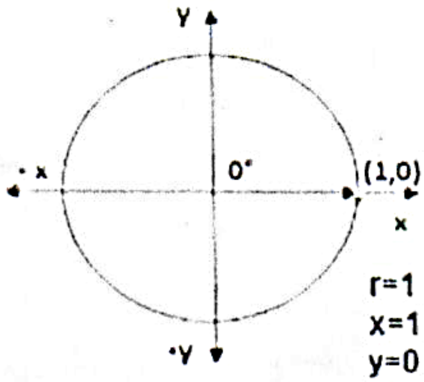
90°=$\frac{\pi}{2}\ (rad)$

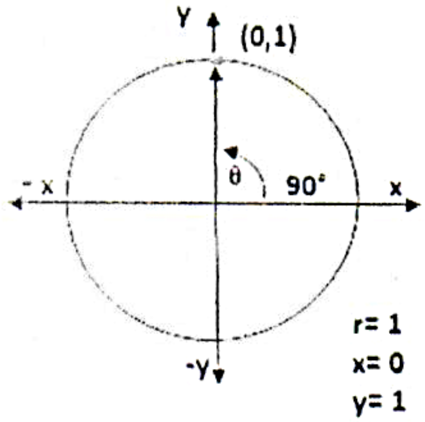
180°=$\pi\ (rad)$

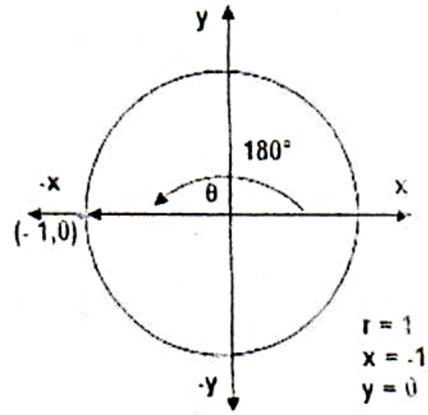
360°=$2\pi\ (rad)$

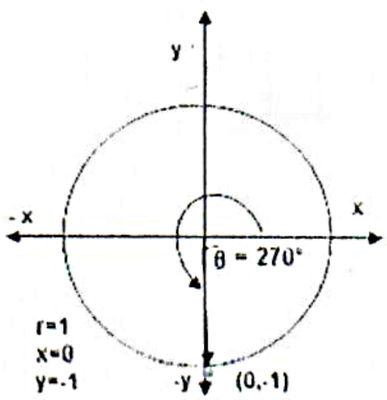


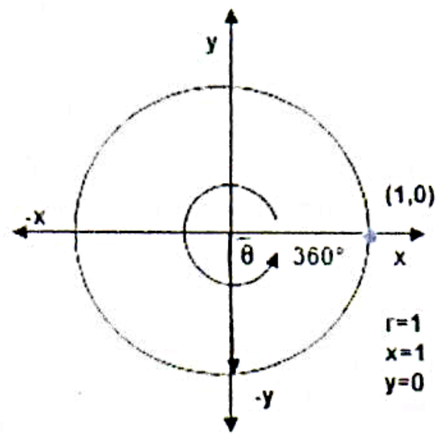
Vamos a averiguar las 6 funciones trigonométricas de cada uno de los ángulos cuadrantes; para ello utiliza las siguientes gráficas











2. Con el ejercicio anterior completa la siguiente tabla:

Ángulo	sen θ	cos θ	tan θ	cot θ	sec θ	csc θ
0 rad =0°						
$\frac{\pi}{2}(rad)$ =90°						
$\pi\ (rad)$= 180°						
$\frac{3\pi}{2}(rad)$ =270°						
$2\pi\ (rad)$= 360°						

3. Evalúa cada una de las siguientes expresiones sin utilizar calculadora.

a. tan 180°- 2cos 180°

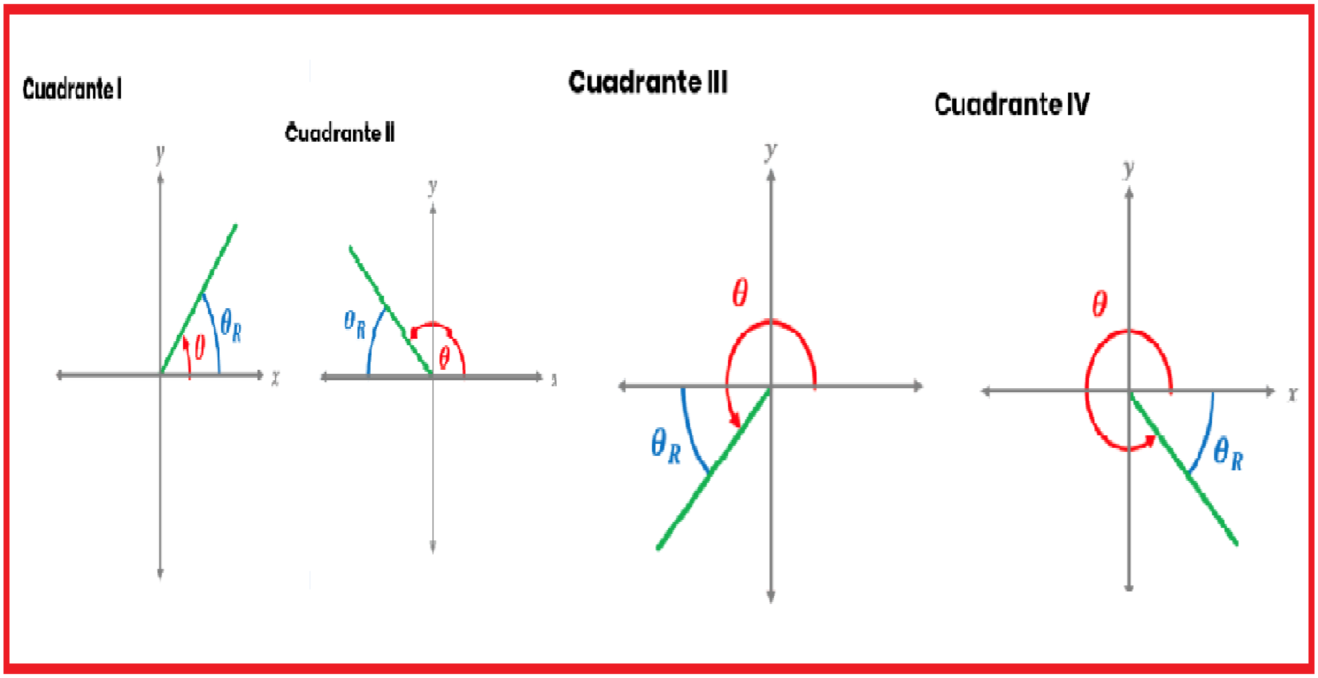
b. 4cos $\frac{\pi}{2} - 5$ sen $\frac{3\pi}{2}$

c. $\frac{sen\ 0° + 3\cot 90°}{sen\ 270°}$

d. $\frac{sen\ 540° + 2\cos\pi}{180°}$

ÁNGULOS DE REFERENCIA

Las funciones trigonométricas de cualquier ángulo θ en grados o en radianes pueden ser reducidos a las funciones trigonométricas de un ángulo del I cuadrante, para esto utilizaremos el concepto de ángulo de referencia.
Si θ es un ángulo en posición normal no cuadrantal, entonces el ángulo de referencia de θ es el ángulo agudo θ R que forma el lado terminal de θ con el eje x (positivo o negativo)



Referencias

Tomado de Olimpiadas Matemáticas I0

CUADRANTE	ANGULO DADO	ANGULO DE REFERENCIA
I	$0° < \theta < 90°$	$\theta_R = \theta$
II	$90° < \theta < 180°$	$\theta_R = 180° - \theta$
III	$180° < \theta < 270°$	$\theta_R = \theta - 180°$
IV	$270° < \theta < 360°$	$\theta_R = 360° - \theta$

EJEMPLO
Hallemos las funciones trigonométricas de 225°
SOLUCIÓN
Como el lado final de 225° está en el III cuadrante, entonces:

$\theta_R = \theta - 180°$
$\theta_R = 225° - 180°$
$\theta_R = 45°$

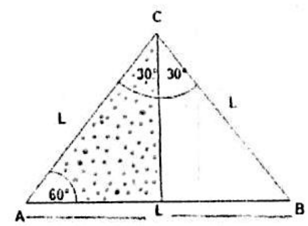
Referencias

Tomado de Matemáticas Estructurada I0

Las funciones trigonométricas de un ángulo dado y su ángulo referencial son iguales en valor absoluto

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ANGULOS NOTABLES
30°, 45 y 60°

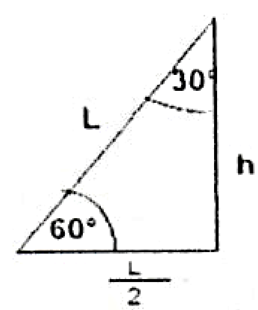
Las funciones trigonométricas de 30° y 60° se hallan en un triángulo equilátero El triangulo ABC es equilátero; m $\overline{AC}$ = m$\overline{BC}$ = m $\overline{AB}$ = L



Todo triángulo equilátero tiene 3 alturas y el punto donde se cortan se llama ORTOCENTRO

En un triángulo equilátero sus alturas, medianas mediatrices y bisectrices coinciden.
* Dibuja un triángulo equilátero de 6 cm de lado y traza las líneas notables
* Cómo se llama el punto donde se cortan: ¿las medianas, las mediatrices y las bisectrices?

1. Encuentra el valor de h en el siguiente triángulo
2. Encuentra las 6 funciones trigonométricas de 30°



sen 30° =　　cos 30° =　　tan 30° =
csc 30° =　　sec 30° =　　cot 30° =

3. Encuentra las 6 funciones trigonométricas de 60°

sen 60°=　　cos 60° =　　tan 60° =
csc 60° =　　sec 60° =　　cot 60° =

Las funciones trigonométricas para el ángulo de 45° se encuentran en un triángulo rectángulo isósceles.

1. Encuentra el valor del $\overline{AC}$ (hipotenusa del triángulo ABC)
2. Encuentra las 6 funciones trigonométricas de 45°

sen 45°=　　cos 45° =　　tan 45° =
csc 45° =　　sec 45° =　　cot 45° =

3. Llena la siguiente tabla con la información obtenida

Función /ángulo	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc
30°						

45°						
60°						

MANEJO DE LA CALCULADORA EN FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Hallar…

Sen 40°	Sen 35°	Sec 30°	Cos 55°
Cos 120°	Sen 55°	Tan 45°	Csc 65°
Csc 75°	Tan 36°	Cos 35°	Cot 55°

2. Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones:

a. $\frac{sen\ 30°(\cos 50°+\tan 70°)}{\cos 40°}$

b. csc $\frac{\pi}{3}$ +cos $\frac{\pi}{12}$ -2 tan $\frac{\pi}{5}$

c. $\frac{2\left[sen^2\ 20°+3(cos^2\ 35°)\right]}{sen\ 30°+\tan 20°}$

d. $\frac{2\ \mathrm{sen}\ 30° -\frac{4}{5}\cos 45° +3\ \mathrm{csc}\ 60°}{\frac{5}{3}sen^2 30°}$

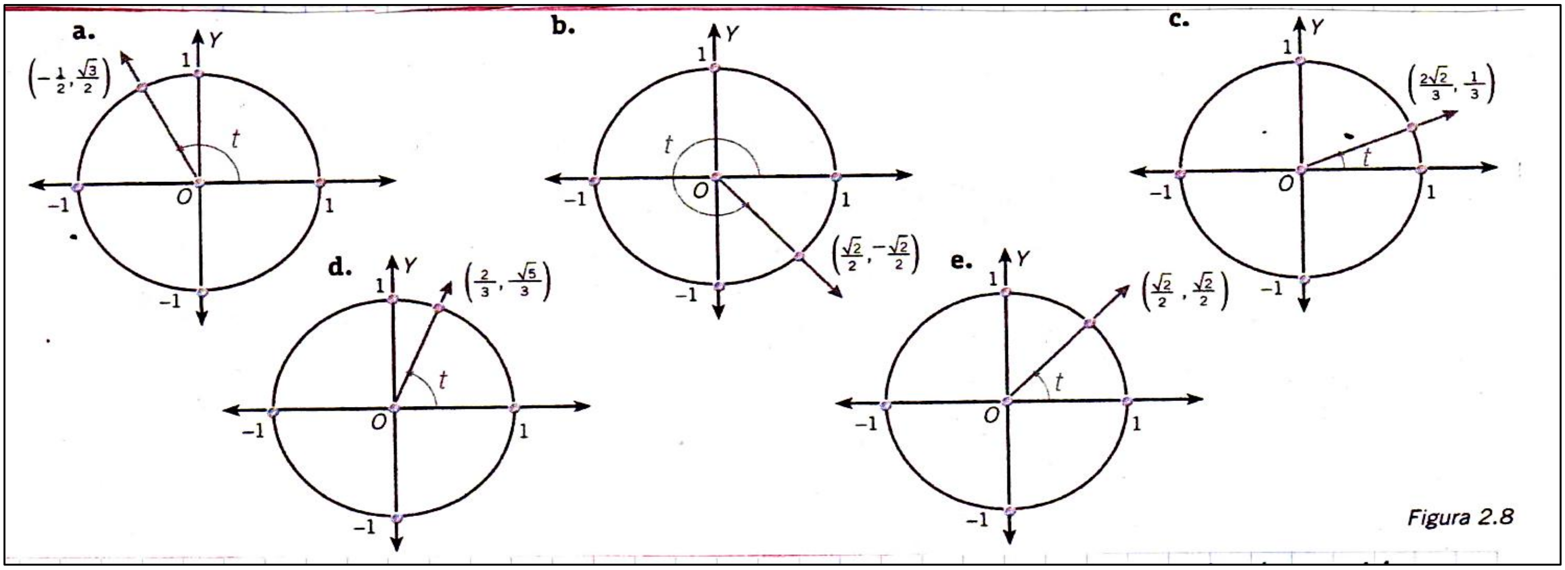
e. $\frac{(sen^2 60°+cos^2 60°)(sen^2 45°+cos^2 45°)}{1+tan^2\ 30°}$

3. Llena la siguiente tabla

	Función/ángulo	sen	cos	tan	cot	Sec	csc
CUADRANTALES	0°						
	90°= $\frac{\pi}{2}(rad)$						
	180° = $\pi\ (rad)$						
	270° =$\frac{3\pi}{2}(rad)$						
	360°= $2\pi\ (rad)$						
NOTABLES	30°= $\frac{\pi}{6}(rad)$						
	45°= $\frac{\pi}{4}(rad)$						
	60°= $\frac{\pi}{3}(rad)$						

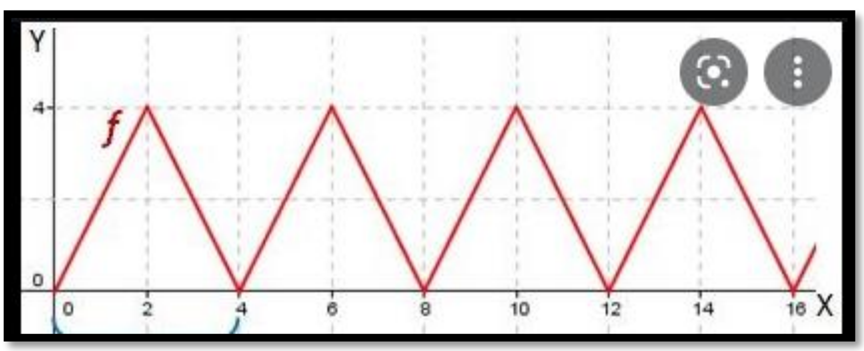
PRACTICO LO QUE APRENDÍ

1) Relacionando el área de ciencias naturales con las matemáticas, encuentra 3 fenómenos periódicos.
2) En cada caso, halla las 6 funciones trigonométricas

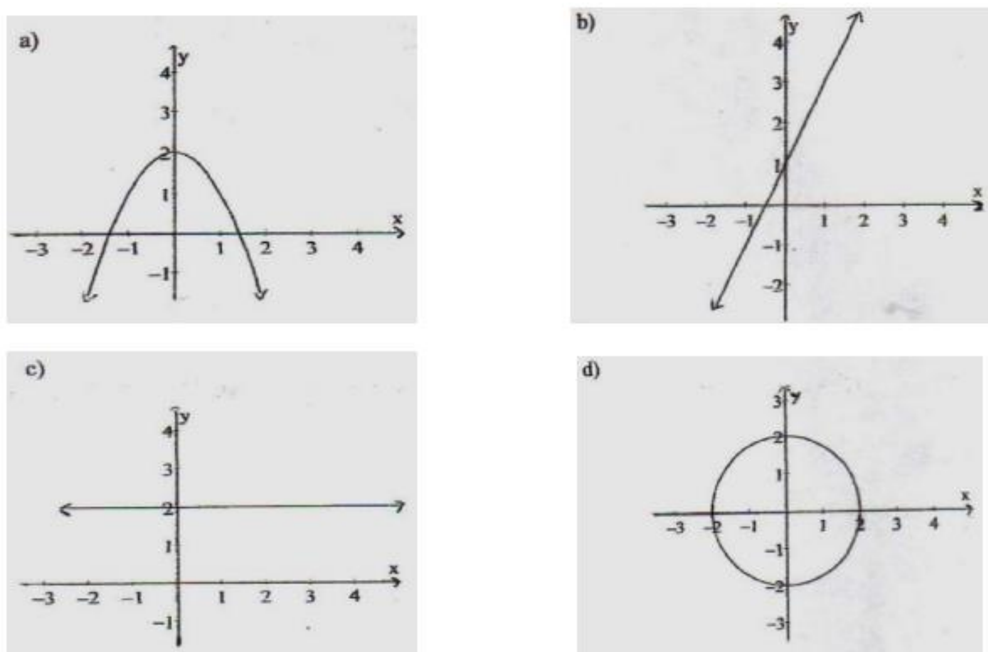


Referencias
Tomado del Delta I0

3) **Observa la siguiente gráfica:**
   a. ¿Es una función periódica? Si lo es indica su periodo.
   b. Determinar el valor de la función para x= 10, x= 21
   c. ¿Qué puedes decir de las imágenes de la función para x=0,5: 22,5? Explica.



4) Usa el criterio de la recta vertical para determinar cuáles de los siguientes gráficos corresponden a funciones.



Determina el dominio y el recorrido de las funciones que identificaste en el ejercicio,

Escribe la función tal que a cada número real le hace corresponder:

a. el mismo número.
b. su inverso aditivo.
c. su valor absoluto.
d. el número 3.
e. su cuadrado aumentado en tres unidades.

Referencias

Tomado de: Libre MEN grado 10

¿COMO SE QUE APRENDÍ?

Esta actividad debes entregar el día que tú docente te lo indique, sí estamos en forma presencial lo entregas al docente en la hora clase, si estamos de manera virtual lo envías al classroom.

1) En cada caso, dibuja en posición normal el ángulo cuya medida se indica. Ubica un punto sobre su lado terminal y encuentra los valores de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante en caso de existir.

a. $-\frac{\pi}{2} rad$ b. $-\pi\ rad$ c. $\frac{\pi}{2} rad$

d. $\frac{5\pi}{2} rad$

e. $-270°$

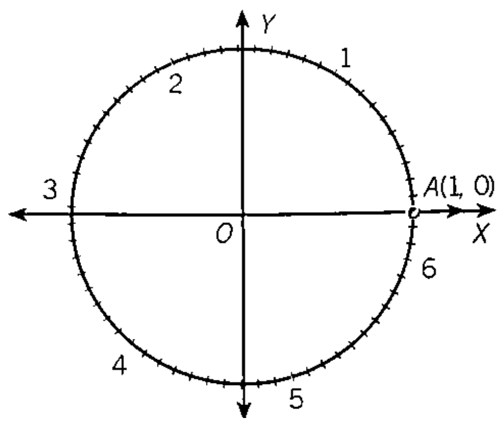
f. $-2\pi\, rad$

g. $\frac{3\pi}{2} rad$

h. $-\frac{3\pi}{2} rad$

2) Si sabes que sen $\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
halla cos$\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $sec\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $y \csc\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

3) Utiliza la figura para obtener las coordenadas del punto terminal sobre la circunferencia unitaria, determinado por cada número real dado o ángulo en radianes.



a. 2
b. -2
c. 1
d. -1
e. 4,5
f. -4,5
g. 10
h. -9

4) Ubica en posición normal los ángulos y halla los valores de las funciones que se indican.

a. Cos (-180°)
b. Sen (540°)
c. Tan (-540°)
d. csc (-60°)
e. sec (-45°)
f. cot (840°)

5) Si sec t= 2 y $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$, encuentra cos t, sen t, tan t, cot t y csc t.

6) Si csc t= 4 y $\frac{\pi}{2} < t < \frac{3\pi}{2}$, encuentra sen t, cos t, tant t, cot t y sec t.

Referencias

Tomado de Delta 10

¿QUE APRENDÍ?

1) Encuentra el ángulo de referencia de cada uno de los siguientes ángulos.

a. 420°

b. $-\frac{7\pi}{6}$

c. $300°$

d. -90°

2) Determina el valor de cada una de las 6 funciones trigonométricas del ángulo θ , si θ está en posición normal y su lado terminal contiene el punto dado. Dibuja cada uno de ellos:

a. A= (-2,3)

b. B= (5,1)

c. C= (0,2)

3) En cada caso, encuentra el cuadrante en el que se halla el lado terminal de θ, si θ satisface las siguientes condiciones:
   a. Sen $\theta < 0$ y tan $\theta > 0$
   b. tan $\theta < 0$ y csc $\theta > 0$
   c. csc $\theta > 0$ y ctg $\theta < 0$
   d. Sen $\theta > 0$ y cos $\theta < 0$
   e. cos $\theta > 0$ y sen $\theta < 0$

4) Esta es tu actividad de auto-evaluación, debes hacerlo solo.
   - ¿Qué fue lo que te causó mayor dificultad de la guía?
   - Lee detenidamente los objetivos de aprendizaje e indica cuál de ellos no alcanzaste.

"La gente inteligente aprende de todo y de todos. La gente medio inteligente aprende de sus experiencias. La gente sin mucha inteligencia cree tener todas las respuestas."

SOCRATES