	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA DE APRENDIZAJE	Actualización:

GUIA: 3	AREA: MATEMATICAS	ASIGNATURA: ESTADISTICA
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 4 DE ABRIL		HASTA: 13 DE MAYO
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: SEMANA DEL 9 AL 13 DE MAYO		
DOCENTE: SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:		grupo: 11

El único modo de hacer un gran trabajo es amar lo que haces.

Steve Jobs

¿Qué voy a aprender?

- Enunciar el principio fundamental del análisis combinatorio.
- Aplicar el principio fundamental del conteo en la determinación del número de elementos de un arreglo a partir de un conjunto dado.
- Hallar las variaciones simples de "n" elementos obtenidos de un conjunto de" k" elementos.
- Determinar las permutaciones que pueden hacerse con los elementos de un conjunto de “n” elementos.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

CONCEPTOS PREVIOS

Para que puedas entender y aplicar y resolver muchos problemas de probabilidades es necesario que recuerdes lo que es un análisis combinatorio.

El análisis combinatorio es una parte de las matemáticas qué estudia las técnicas de enumeración de los distintos arreglos de los elementos de un grupo o conjunto.

Un arreglo puede distinguirse de otro por las siguientes características:

1. El número de elementos.

2. La clase o naturaleza de los elementos.
3. E orden de colocación de los mismos.

Dado en un grupo de “n” elementos, puede ocurrir:

1. Uno que los elementos sean distintos; se denomina **agrupaciones simples.**
2. Dos de los elementos sean iguales, se les denomina **agrupaciones con repetición.**

Considerando la naturaleza de los elementos que sean iguales o distintos, las agrupaciones recibirán el nombre de variaciones, permutaciones y combinaciones.

Referencias: Tomado de Matemática una propuesta curricular II

Técnicas de conteo

Para considerar la técnica de conteo es necesario definir la operación factorial, el operador factorial se define sobre los números naturales incluyendo el cero, su símbolo es !

El factorial de un número se define como el producto de un número con todos sus naturales anteriores a él hasta el 1 es decir, $n! = n \times \ (n-1)(n-2) \ldots 2 \cdot 1$

Ejemplo:

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1; \Longrightarrow 5! = 120$

! Símbolo del operador factorial

$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1; \Longrightarrow 5! = 720$

Encuentra:

a) $8!$ b) $7!$ c) $10!$

Por definición $\mathbf{0! = 1}$

El tamaño del espacio muestral está determinado por:

Variaciones: Se llaman variaciones de orden “n” d “K” objetos, a todas las agrupaciones de “n” objetos que se pueden elegir entre los “K”, considerando dos, como distintos cuando difieren en un elemento por los por lo menos en el orden de colocación de ellos.

Las variaciones pueden ser sin repetición o con repetición.

Las variaciones sin repetición de n elementos tomados de k en k se definen como las distintas agrupaciones formadas con k elementos distintos, elegidos de entre los n elementos de los que disponemos. Una variación es distinta a otra si difieren en algún elemento o si teniendo los mismos elementos éstos se sitúan en distinto orden. El número variaciones que se pueden construir se calcula mediante la fórmula $V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$, donde la p recuerda que estás variaciones son permutaciones de orden k.

Ejemplo 1:

¿Cuántos números de tres cifras distintos se pueden formar con los nueve dígitos del sistema decimal?

$n = 9$ (Elementos disponibles)

$k = 3$ (Grupos de 3 cifras)

Como el orden de colocación si influye y de los nueve elementos sólo se toman 3,

es una variación se simboliza $V\left(\frac{n}{k}\right)$, nV_k, $V\,(n, k)$; V_n^k

$$V\left(\frac{n}{k}\right) = V\left(\frac{9}{3}\right) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!}$$

$$V\left(\frac{9}{3}\right) = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$$

Se pueden formar 504 números de 3 cifras.

Ejemplo 2: Se va a celebrar la final de salto de longitud en un torneo de atletismo. Participan 8 atletas, ¿de cuántas formas pueden repartirse las tres medallas: oro, plata, bronce?

Los elementos disponibles: 8 atletas, $n = 8$, elementos por grupos: tres medallas, $k = 3$

a) ¿Influye el orden de colocación de los elementos? Sí, no es lo mismo recibir oro, plata o bronce.
b) ¿Se toman todos los elementos disponibles? No, sólo 3 de ellos por lo tanto es una variación.
c) ¿Se pueden repartir los elementos? No un mismo atleta, no puede llevarse más de una medalla

Las variaciones con repetición de n elementos tomados de k en k se definen como las distintas agrupaciones formadas con k elementos que pueden repartirse, elegidos de entre los n elementos de que disponemos.

El número de variaciones que se pueden construir se calcula mediante la fórmula; $(V_r)_{n,k} = n^k$; V_r resalta que se trata de permutaciones con repetición, de orden k.

Ejemplo 1

El sistema de matrículas de vehículos consiste en un número de 4 dígitos seguido de un boque de 3 letras consonantes.

Ej: (1614 – MRM)

a) ¿Cuántas placas hay con un determinado bloque de letras?

De los 22 elementos (letras) solo se toman 3 $n = 22$ y $k = 3$

- El orden de colocación influye, al cambiar el orden se obtienen matrículas distintas.
- Se pueden repetir los elementos.

Luego es una variación con repetición

$VR(n, k) = n^k$

$VR(22{,}3) = 22^3 = 22 \cdot 22 \cdot 22 = 10.648\ placas$

b) ¿Cuántas placas hay con la misma parte numérica?

Disponemos de 10 dígitos n = 10 formamos grupos de cuatro dígitos k = 4 o sea que no se toman todos los elementos.

El orden de colocación influye, si cambiamos el orden tendremos matrículas distintas.

Se pueden repetir los elementos.

$VR = n^k = VR^4{}_{10} = 10^4 = 10.000\ placas$

c) ¿Cuántas placas se pueden formar con este sistema?

El número de placas que se pueden formar será el producto de las soluciones de los apartados anteriores

$VR^3{}_{22} * VR^4{}_{10} = 10648 * 10000 = 106480000\ placas$

Para retroalimentar lo aprendido, ver los siguientes videos.
https://www.youtube.com/watch?v=EJhi0N8uzpA
https://www.youtube.com/watch?v=IbriKkbgXNU

PERMUTACIONES

Permutar es colocar elementos en distintas posiciones. Se llama permutaciones de n elementos en k posiciones a las distintas formas en que se pueden ordenarse en los n elementos ocupando únicamente las k posiciones. Siempre y cuando sea $n \geq k$

Hay que tener en cuenta lo siguiente:

Si importa el orden, ya que el intercambio entre dos elementos distintos genera una nueva permutación.

Para obtener el total de maneras en que se pueden colocar n elementos en k posiciones utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\mathrm{P}k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$n =$ número de objetos total

$k =$ número de objetos seleccionados

En el caso de que $n = k$ para calcular el total de permutaciones se utiliza la siguiente formula:

$\mathrm{P}n^{n} = n!$ Llamada también permutación lineal.

Las permutaciones pueden ser:

- Con repetición

(P_R) $(n, k) = n^{k}$

- Sin repetición

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- Con *m* grupos (elementos repetidos)

$$Pn_1, n_2 \dots\ n_m = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\ \dots n_m!}$$

- Circular

$$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$$

Vamos a diferenciar unos de otros con los siguientes ejemplos.

Permutaciones con repetición (Entran todos los elementos importa el orden y se repiten los elementos pueden aparecer por ejemplo: AAA, 3333 r, r, r, r, r, r)

1) ¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, si se pueden repetir los dígitos?

- Entran todos los elementos (si)
- Importa el orden (si)
- Se pueden repetir os elementos (si)

Entonces podemos usar la fórmula:

$P_R\ (n, k) = n^{k} = 5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3.125$

2) Se requiere hacer una rifa utilizando las letras de la palabra partido, ¿Cuantas boletas se pueden sacar, si se pueden repetir las letras?

(P_R) $(n, k) = n^{k} = 7^7 = 823.543$

3) Con los números: 2, 3, 5, 7. ¿Cuántos números de 4 cifras puedes formar?

(P_R) $(n, k) = n^k$

$P_{(R)}$ $(4,4) = 4^4 = 4 * 4 * 4 * 4 = 256$

Permutaciones sin repetición (Entran todos los elementos, importa el orden, **no** se repiten los elementos)

Ejemplo 1

Calcular las permutaciones de 6 elementos en seis posiciones

$nPn = n!$

$6P6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Hagamos las cajitas.

M M M M M M

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

También se le llama permutación lineal

Ejemplo 2

2) ¿Cuántos números de cinco cifras diferentes se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5?

$nPn = n!$ (Permutación lineal)

$5P5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

M M M M M

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Referencias

Tomado de www.superprof.es

Ejemplo 3

¿Cuántos números de 5 cifras distintas se pueden formar con las cifras impares de nuestro sistema de numeración decimal?

Las cifras impares son: 1, 3, 5, 7, 9

$$\text{nPk} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{0!} = \frac{5!}{1} = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Recuerda $0! = 1$

Hagamos las cajitas:

$$\underset{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{\text{M M M M M}} = 120$$

Permutaciones con grupos (elementos repetidos)

Ejemplo 1:

Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4 ¿cuántos números de cuatro cifras se pueden formar? observa que el número 2 se repite tres veces; el número 3 se repite 4 veces y el número 4 dos veces. Es una permutación con varios elementos que se repiten. Usamos la fórmula

$$P(n_1, n_2, n_3) = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\, n_3!} = \frac{9!}{3!\, 4!\, 2!} = 1260$$

Ejemplo 2:

En el palo de señales de un barco se puede izar 3 banderas rojas, 2 azules y 4 verdes. ¿Cuántas señales distintas pueden indicarse con la colocación de las nueve banderas? Se trata de una permutación con varios elementos que se repiten,por lo que usamos la fórmula.

$$P(n_1, n_2 \dots\ n_m) = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\, n_3!} = \frac{9!}{3!\, 4!\, 2!} = 1260$$

Permutación circular

Es un caso particular de las permutaciones, se utilizan cuando los elementos se han de ordenar en “círculo” o en “óvalos”. Por ejemplo, los comensales en una mesa, de modo que el primer elemento que “se sitúe” en la muestra determina el principioy el final de la muestra.

$$PC_n = P_{(n-1)} = (n-1)!$$

Ejemplo 1

Calcular el número de permutaciones circulares que resultan de acomodar 7 personas en una mesa.

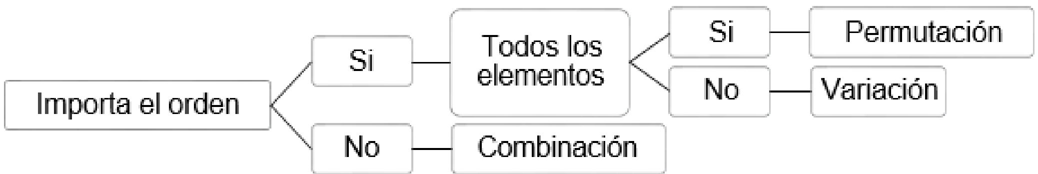
$PC_7 = (7-1)! = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Ejemplo 2

¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una ruleta?

$PC_8 = (8-1)! = 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

Resumiendo:



¿IMPORTA EL ORDEN DE COLOCACIÓN?		AGRUPACIONES	SIN REPETICIÓN	CON REPETICIÓN
	Si	**VARIACIONES** Tomamos algunos elementos.	$V_m^n = m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdots (m-n+1)$ $V_m^n = \dfrac{m!}{(m-n)!}$	$VR_m^n = m^n$
	Si	**PERMUTACIONES** Tomamos todos los elementos. n = m	$V_m^m = P_n = n!$ $n!$ = Factorial de n $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$	$P_n^{a,b,c} = \dfrac{n!}{a!\,b!\,c!}$
	No	**COMBINACIONES**	$C_m^n = \dfrac{\text{Variaciones}}{\text{Permutaciones}} = \dfrac{V_m^n}{P_n}$ $C_m^n = \binom{m}{n}$ Número combinatorio Se lee "m sobre n" $\Rightarrow C_m^n = \binom{m}{n} = \dfrac{m!}{n! \cdot (m-n)!}$	

Referencias: Tomado de Matefácil

PRACTICO LO QUE APRENDÍ

Antes de iniciar esta actividad ver los siguientes videos.
https://www.youtube.com/watch?v=iczs93s3k1I&t=609
https://www.youtube.com/watch?v=iczs93s3k1I&t=1272s

1) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con las cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9

a) si no se pueden repetir cifras
b) sin restricciones
c) mayores de 6000
d) pares.

2) Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, Y 7 ¿cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar? Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, Y 7 ¿cuántos números de tres cifras se puedenformar?
3) De cuántas formas se pueden cubrir los puestos de Presidente y Vicepresidente de una comunidad de vecinos, contando para esta elección con 10 personas.

Contesta las preguntas 5 y 6 con la siguiente información.

En el país Equidad las placas de los autos se forman utilizando 26 letras del alfabeto y con los 10 dígitos del sistema decimal.

a) ¿Cuántas placas se pueden sacar para autos en la ciudad Equidad?
b) En la ciudad A del país Equidad todas las placas empiezas con M. ¿Cuántas placas diferentes se pueden hacer?

Referencias

Tomado de Matematicas del Profesor Alex

¿COMO SÉ QUE APRENDÍ?

La actividad se realiza en el cuaderno de estadistica y se entrega en la fecha que la docente disponga.

1) En un colegio se realiza un campeonato de baloncesto entre 4 equipos. ¿De cuántas maneras pueden quedar ordenados los equipos a final del campeonato?

2) 5 estudiantes compiten en una carrera de 100 m, ¿de cuántas maneras pueden quedar en la posición de llegada?

3) 5 personas van a jugar cartas sentados alrededor de una mesa. ¿de cuántas maneras diferentes se pueden ubicar?

4) La siguiente tabla presenta el número de estudiantes admitidos en relación con la cantidad de inscritos en algunas universidades de una ciudad latinoamericana.

UNIVERSIDAD	ADMITIDOS
Las Palmas	1 de cada 30
Milenaria	3 de cada 20
El Prado	12 de cada 20
Kantiana	13 de cada 20

Referencias

Tomado de pagina ICFES

5) En una competencia de natación, estilo mariposa en la final quedan ocho participantes. ¿De cuántas formas pueden repetirse las tres medallas: oro, plata y bronce?

¿QUE APRENDÍ?

1) Al realizar los ejercicios propuestos identificaste si correspondía a una variación o a una permutación.
2) Efectúa un ejemplo de cada una de las permutaciones vistas.
3) ¿Qué fue lo que más se te dificultó al realizar las actividades? ¿Por qué?

"Las palabras amables pueden ser cortas y fáciles de decir pero sus ecos son infinitos".

Madre Teresa de Calcuta.