GUÍA No.4	**ÁREA: MATEMÁTICAS**	**ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA**
PERIODO DE COBERTURA	**DESDE: 16 DE MAYO**	**HASTA: 10 DE JUNIO**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: SEMANA DEL 6 AL 10 DE JUNIO		
DOCENTE: MARÍA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:		**GRUPO: 10**

En todas nuestras acciones, el valor correcto y el respeto al tiempo determina el éxito o el fracaso. Malcom X

¿QUÉ VOY A APRENDER?
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar la función cuadrática.
- Graficar la función $y = ax^2 + bx + c$
- Identificar los ceros de una función cuadrática.
- Solucionar ecuaciones de segundo grado por: factorización, completación de cuadrados y por formula general.
- Construir una ecuación de segundo grado conociendo sus raíces.
- Resolver problemas que se modelan por medio de ecuaciones de segundo grado.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Para que puedas entender los contenidos de esta guía es indispensable que sepas factorar una expresión algebraica (visto en 8°)

CONCEPTOS PREVIOS

1) Factorizo cada expresión

a) $m^2 - 7m$
b) $x^2 + 9x + 20$
c) $d^3 - d^2 - 42d$
d) $6p^3 + 12p^2 + 18p$
e) $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$

f) $x^2 - 25$
g) $a^2 - 2ab + b^2$
h) $a^2 + 2ab + b^2$
i) $m^3 - 8$
j) $m^3 + 8$

k) $6d^2 - 3d + 4$
l) $12c^2 + 2c - 2$
m) $7x + 3x^2 + 2$
n) $2g^2 - 36 + g$
o) $-b^3 - 5b^2 - 6b$

2) Aproximo los siguientes números a las centésimas:

a) $\sqrt{17}$ b) $-\sqrt{6,25}$ c) $\frac{17}{5}$

3) Resuelvo la siguiente ecuación:

$4t + \sqrt{5} = 11$ Aproxime el valor de t a las milésimas.

4) Realizo la operación y simplifico.

a) $\frac{a^2-a-6}{a^2+5a+6} \cdot \frac{a^2-a-12}{a^2-10a+24}$

b) $\frac{6p^2-17p+12}{12p^2-7p-12} \div \frac{6p^2-p-12}{12p^2+25p+12}$

Referencias Adaptado de Nuevo Alfa 9

Realicemos la siguiente lectura para que veamos en que se aplica la función cuadrática:
La función cuadrática modela muchas situaciones de lanzamiento vertical de caídalibre de un cuerpo. Por ejemplo, su estudio en física es importante en casos comoel de la trayectoria de un proyectil, en donde a menudo puede describirse medianteunade tales funciones.
En arquitectura su conocimiento es de gran interés, pues numerosos arcos en templos y otros edificios, así como puentes y represas, tienen forma de parábola.

Por otro lado, la ecuación cuadrática aparece en la solución de problemas en los que se desea hallar el área de diferentes figuras del plano. Así como en la medida de distancia y volumen de los cuerpos. En el campo de la óptica, algunos espejos ylentes tienen curvatura en forma de parábola. En las comunicaciones, antenas y cables de teléfono también tiene forma de parábola.
Ahora veamos cómo surge el concepto de ecuación cuadrática:

Los babilonios fueron quienes lograron mayores avances en la resolución de las ecuaciones cuadráticas completas, obteniendo (para su solución) una fórmula muy similar a la utilizada hoy: $x = \sqrt{(\frac{p}{q})^2} + q + \frac{p}{2}$ la cual da una raíz de la ecuación $x^2 - px = q$, cuando el coeficiente de x^2 era diferente de 1, como en la expresión $7x^2 - 8x = 5$, optaron como mecanismo para solucionar la ecuación multiplicarla por el coeficiente de x, llegando a la expresión $(7x)^2 - 8(7x) = 35$ similar a la anterior. Luego hicieron una sustitución de variable: $t = 7x$. La ecuación se transforma en $t^2 - 8t = 35$. Ahora podían usar la fórmula para hallar el valor de t y luego, usando la relación entre x y t, hallaban el valor de x.

Tanto babilonios como griegos estuvieron familiarizados con la solución de problemas en los que se pide hallar dos números conocido su producto, su suma osu diferencia, haciendo uso de las ecuaciones cuadráticas
Gran importancia dieron los árabes a la solución de las ecuaciones cuadráticas. Enel álgebra de Al- Khowarizmi, los capítulos IV, V, VI se ocupan de la resolución delos casos que presentan las ecuaciones cuadráticas completas. Al- Khowarizmi, desde entonces llama la atención sobre el hecho que los que hoy nosotros llamamos discriminante de la ecuación, debe corresponder a un número positivo, para que setenga realmente una ecuación.
El nombre de parábola (de “colocar al lado” o “comparar”), se dio la gráfica de la función cuadrática. La ecuación moderna de la parábola con vértice en el origen y eje de simetría el eje y es |y = x^2, donde | es el llamado *latus rectus* o parámetro. La parábola tiene como propiedad característica que, para todo punto tomado sobre la curva, el cuadrado construido sobre su abscisa x, es exactamente igual al rectángulo construido sobre la ordenada y y el parámetro |. El geómetra griego Apolonio de Perga, que posiblemente vivió entre los años 262 y 190 a. de C., fue quien dio el nombre de esta curva, nombre que ha permanecido hasta nuestros días. Referencias Tomado de Nuevo Alfa 9

Vamos a resolver el siguiente problema.

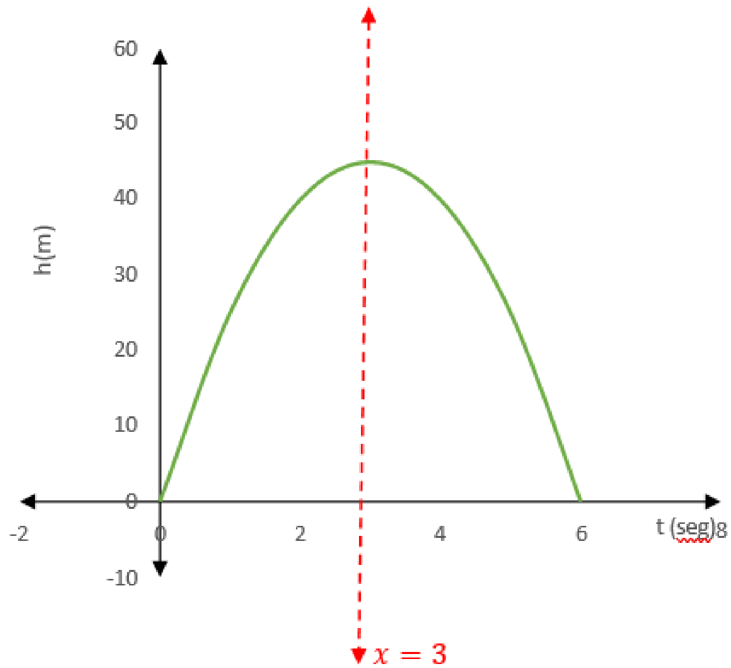
Si se lanza un balón, verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 20m/seg, la altura h, expresada en metros, después de t segundos, está dada por la expresión $h = -5t^2 + 30t$.

- ¿Qué altura alcanza el balón segundo a segundo?
- ¿Cuál es la altura máxima y cuánto tarda en alcanzarla?
- ¿Cuánto tarda el balón en volver al suelo?

Vamos a construir la tabla de valores

t (seg)	0	1	2	3	4	5	6
h (m)	0	25	40	45	40	25	0

Ahora vamos a graficar



La gráfica muestra la altura (h) que alcanza el balón cada segundo.Si observas la gráfica podemos ver que: La altura máxima que alcanza el balón es de 45 m y tarda para ello 3 segundos. El balón tarda en volver al suelo 6 segundos. La recta $x = 3$ se le llama eje de simetría y el punto (3,45) es el vértice de la parábola.

Vamos ahora a generalizar.

La grafica de la ecuación cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ es una parábola.

1) Si $a > 0$ la parábola abre hacia arriba.

   Si $a < 0$ la parábola abre hacia abajo.

2) El vórtice de la parábola es el puto de coordenadas $\left(\frac{-b}{2a}; \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ó $\left(\frac{-b}{2a}; \oint\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

3) El eje de simetría es la recta vertical $x = \frac{-b}{2a}$

4) Los interceptos en x se hallan mediante la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$

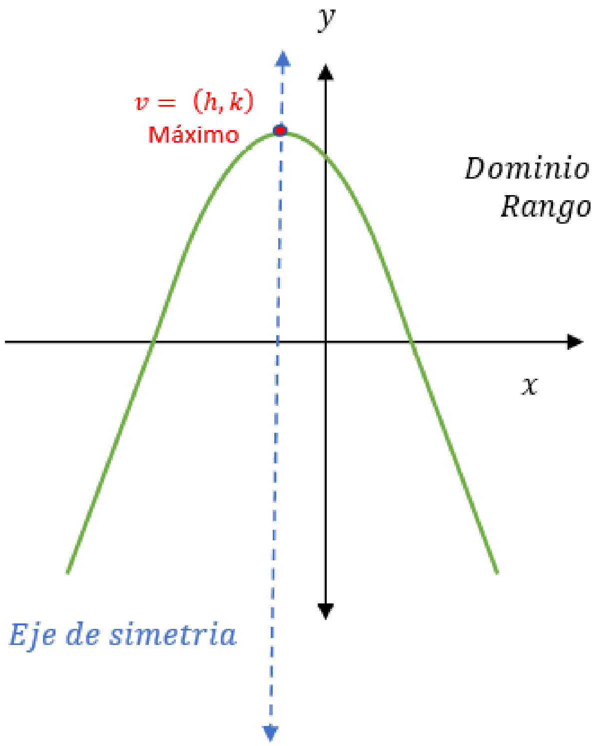
5) El intercepto con el eje y es $y = c$

6) Si la parábola abre hacia arriba, el vértice es un mínimo.

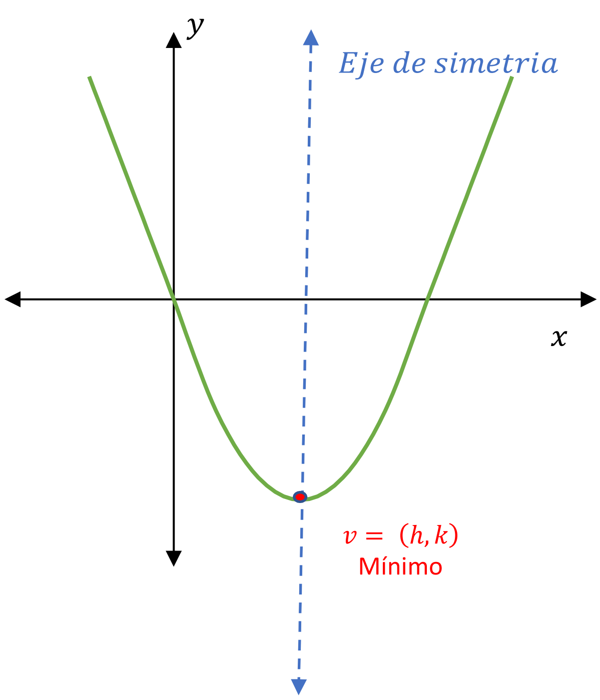
   Si la parábola abre hacia abajo, el vértice es un máximo

7) El dominio lo leemos en el eje x

8) El rango lo leemos en el eje y



$Dominio\ los\ Reales$
$Rango: (-\infty, k)$

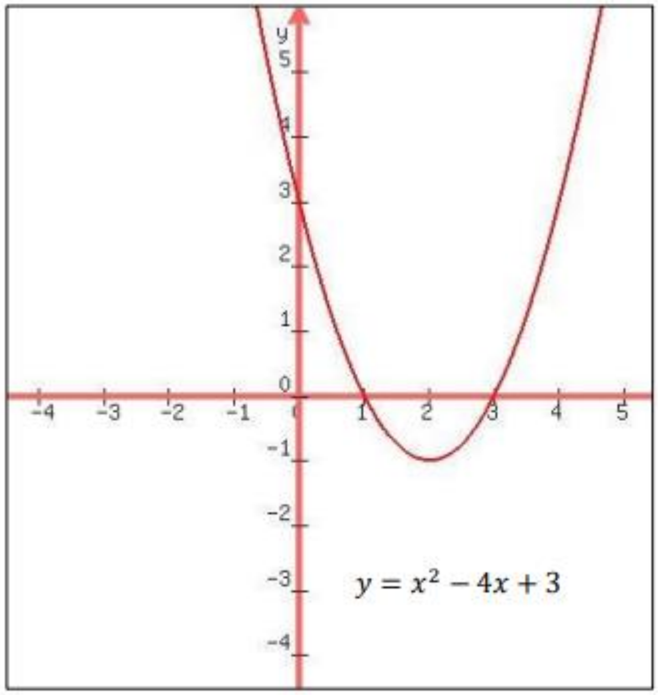


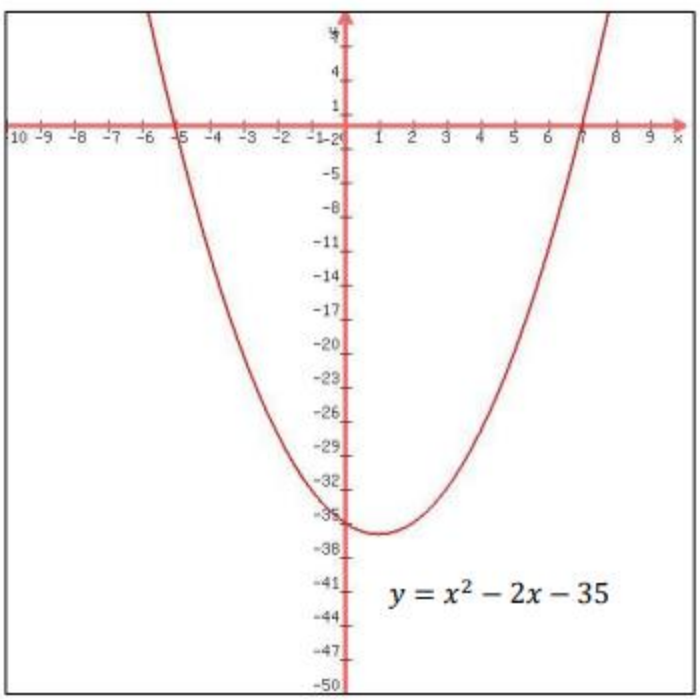
$Dominio = Reales$
$Rango: [k; \infty)$

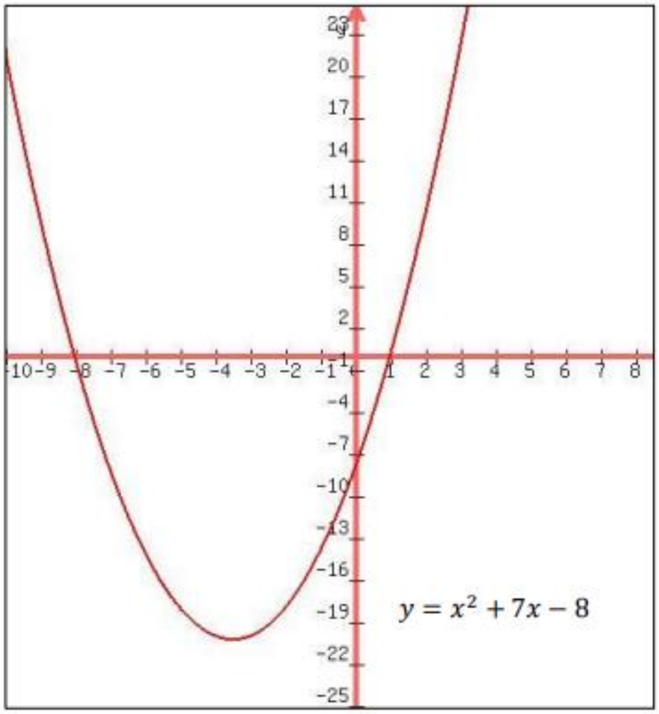
Referencias Tomado de Nuevo Retos Matematicos 9

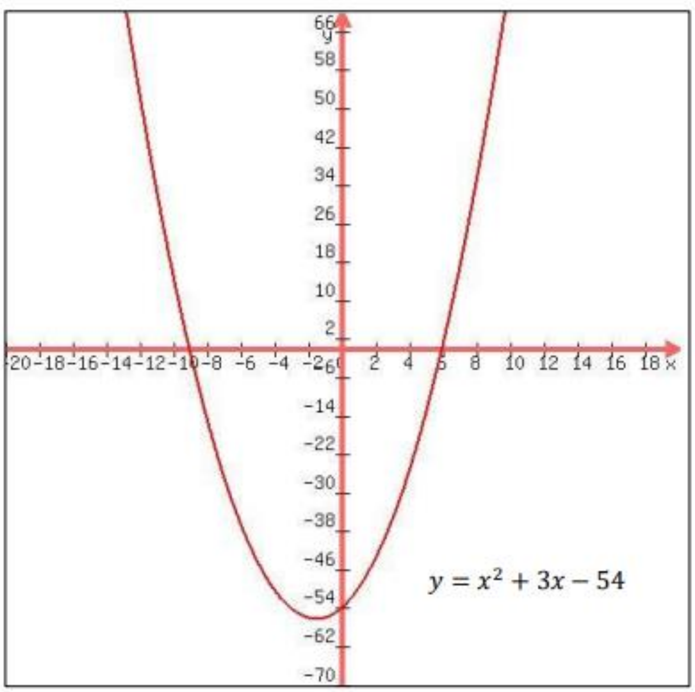
PRACTICO LO QUE APRENDÍ

1) Encuentra los “ceros” de las funciones cuadráticas representadas en las siguientes parábolas.









Referencias Tomado de Ingenio Matemático

2) Grafica en un solo plano

a) $y = x^2$ b) $y = x^2 - 1$ c) $y = x^2 + 1$

3) Grafica las siguientes funciones:

a) $y = x^2 + 3x - 10$

b) $y = x^2 - 5x + 6$

Ecuaciones cuadráticas

La ecuación que tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b, c son números reales y $a \neq 0$ se llama ecuación cuadrática o de segundo grado.

Si $a \cdot b = 0$, para los reales a, b, entonces $a = 0$ y/o $b = 0$

$a \cdot b = 0 \leftrightarrow a = 0$ y/o $b = 0$

Para resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, podemos hacerlo de tres formas.

1) Factorizando (si la factorización es entera)
2) Completando cuadrados
3) Por formula general

Solución de ecuaciones cuadráticas por factorización

Resolver usando factorización la siguiente ecuación cuadrática: $2x^2 + 5x = 12$

$2x^2 + 5x - 12 = 0$ Se iguala a cero

$(2x - 3)(x + 4) = 0$ Se factoriza la expresión

$2x - 3 = 0$, y/o $x = -4$

$x = \frac{3}{2}$ y/o $x = -4$ Estas últimas son las dos soluciones.

Resolvamos las siguientes ecuaciones por factorización

1) $6n^2 + n = 2$
2) $r - 6r^2 = -1$
3) $8y^2 - 9y = -1$

Solución de ecuaciones cuadráticas completando un cuadrado

Resolver $x^2 - 3x - 18 = 0$

Observa el procedimiento

$$x^2 - 3x = 18$$

$$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 18 + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 18 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\,\frac{9}{2}$$

$x - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ y/o $x - \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}$

$x = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}$ y/o $x = -\frac{9}{2} + \frac{3}{2}$

$x = 6$ y/o $x = -3$ Estas son las soluciones de la ecuación inicial.

Resuelva las siguientes ecuaciones completando cuadrados

1) $6n^2 + n = 2$ 2) $r - 6r^2 = -1$ 3) $8y^2 - 9y = -1$

Solución de ecuaciones cuadráticas por formula general

Las soluciones de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ son

X = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ esta última expresión se conoce como la fórmula de la ecuación cuadrática

Resolver $3x^2 + x - 1 = 0$

$a = 3$ $b = 1$ $c = -1$

Formula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{(-1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-(-12)}}{6}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

Las soluciones de la ecuación dada son:

$x = \frac{-1+\sqrt{13}}{6}$ y/o $x = \frac{-1-\sqrt{13}}{6}$

Resolver las siguientes ecuaciones por formula general:

1) $6n^2 + n = 2$ 2) $r - 6r^2 = -1$ 3) $8y^2 - 9y = -1$

Referencias Tomado de Olimpiada Matematicas 9

Discriminante

En la fórmula cuadrática $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, la expresión b2 – 4ac (dentro del radical) se denomina discriminante de $ax^2 + bx + c$.

El discriminante indica : cómo son y cuántas son las soluciones de laecuación.

Para la ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $a, b, c \in \mathrm{R}$ y $a \neq 0$

- Si $b^2 - 4ac > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes.
- Si $b^2 - 4ac = 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales iguales.
- Si $b^2 - 4ac < 0$, la ecuación tiene dos soluciones complejas.

Ejemplo:
Analicemos la naturaleza de las soluciones de cada ecuación.Solución:

Ecuación	a	b	c	$b^2 - 4ac$	**Naturaleza de las soluciones**
$x^2 - 3x + 2 = 0$	1	-3	2	1	Dos soluciones reales diferentes, porque $1 > 0$
$x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$	1	-1	$\frac{1}{4}$	0	Dos soluciones reales iguales
$2x^2 + x + 2 = 0$	2	1	2	-15	Dos soluciones complejas, porque $-15 < 0$

Sabemos que la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ tiene por solución las raíces:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \cancel{\sqrt{b^2 - 4ac}} - b - \cancel{\sqrt{b^2 - 4ac}}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{b^2 \cancel{+ b\sqrt{b^2 - 4ac}} \cancel{- b\sqrt{b^2 - 4ac}} - (b^2 - 4ac)}{4a^2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\cancel{b^2} \cancel{- b^2} + 4ac}{4a^2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\cancel{4a}c}{\cancel{4a^2}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

ejemplo:

Si las raíces de una ecuación cuadrática son $\{-3, 2\}$, encontrar dicha ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$x_1 + x_2 = -3 + 2 = -1$

$x_1 \cdot x_2 = (-3)(2) = -6$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$x_1 + x_2 = -(-1) = 1$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$x_1 \cdot x_2 = (-3)(2) = -6$

La ecuación sera: $x^2 + x - 6 = 0$

¿COMO SE QUE APRENDI?

ACTIVIDAD PARA ENTREGAR: Lo realizas en el cuaderno de manera clara y ordenada, mostrando cada proceso. Y se entrega en la fecha estipulada por la docente de la asignatura

Antes de iniciar esta actividad observa lo siguientes videos
https://www.youtube.com/watch?v=Ql8L09-HsI0
https://www.youtube.com/watch?v=E6ysFJEIyEc

1) Determina el tipo de raíces (imaginarias, reales o única que tiene cada una delas siguientes ecuaciones.
   a) $x^2 - 4x - 5 = 0$ b) $\frac{r^2}{4} + 1 = r$ c) $(x + 6)^2 = 16$

2) Resuelve la ecuación por el método que quieras

   a) $5(x + 7)^2 = 25$ b) $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+1} = 2$

3)) Resuelve la ecuación $2x^2 - 5x - 7 = 0$, sabiendo que la suma de las raices es $\frac{5}{2}$ y el producto de sus raices es $\frac{7}{2}$

4) Encuentra la suma y el producto de las raíces de la ecuación $2x^2 + 13x + 1 = 0$
   Encontrar la ecuación cuadrática cuyas soluciones son: 4 y $-\frac{1}{2}$

5) Verifico si el numero dado es solución o no de la ecuación cuadrática

   a) $y^2 + 3y - 1 = 0; 1$
   b) $2x - \frac{3}{x} = 1; \frac{3}{2}$

6) Resuelvo los siguientes problemas:

a. El lote de la familia Camelo tiene 16m x 10 m se desea construir una casa de base rectangular en el centro de él. ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo del piso de la casa si tiene un área de 91 m^2?

b. El costo promedio por unidad (en dólares) al producir x unidades de cierto artículo es $C\ (x) = 20 - 0.06x + 0.0002x^2$ ¿Qué número de unidades producidas minimizaran el costo promedio? ¿Cuál es ese costo mínimo?

c. Una botánica dispone para experimentación de una parcela rectangular de 20 por 50m. Ella desea agrandar el área añadiendo una misma cantidad de metros al ancho y el largo, de modo que le resulte un terreno de plantación de 2275 metros cuadrados. ¿Cuánto debe agregar tanto al ancho como largo?

Referencias Tomado de Olimpiada Matematicas 9

QUE APRENDÍ

Para complementar observa los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=6JQw45YO3Fs&t=135s

https://www.youtube.com/watch?v=xRq3feSSfyc

1) ¿Cuál de los tres métodos para resolver una ecuación de segundo grado te pareció más fácil, porque?
2) Con tus palabras escribe cuando una ecuaciones de segundo grado.
3) Resuelve el siguiente problema:

La utilidad de producir y vender x unidades de un bien para una empresa está dada por: $U(x) = -x^2 + 80x - 500$

a) ¿Qué utilidad tendrá la empresa si produce y vende 20 unidades? ¿35 unidades? ¿55 unidades?
b) ¿Para qué niveles de producción la firma puede incurrir en perdidas?
c) ¿Para qué nivel de producción la firma alcanza la máxima ganancia? ¿Cuál es dicha ganancia?
d) Grafica U (x)

"Cuando el ojo de una persona dice una cosa, su lengua otra y su corazón otracosa distinta, estamos ante un tipo de personas que no sirve para nada"

Mahatma Gandhi.