	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA DE APRENDIZAJE	Actualización:
GUÍA No.5	**ÁREA: MATEMÁTICAS**	**ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA**
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 13 DE JUNIO		**HASTA: 5 DE AGOSTO**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: SEMANA DEL 1 AL 5 DE AGOSTO		
DOCENTE: MARÍA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:		**GRUPO: 10**

"Si hay luz, entonces hay oscuridad si hace frío, hace calor; si hay altura, hay profundidad; si hay sólido, hay fluido; si hay dureza, hay suavidad, si hay calma, hay tempestad; si hay prosperidad, hay adversidad; si existe la vida, existe la muerte"

Pitágoras

¿QUE VOY A APRENDER?

Objetivos de aprendizaje.

- Identificar funciones exponenciales a partir de su forma general $f(f) = f^f$ y a partir de su gráfica.
- Interpretar de manera correcta las gráficas de las funciones exponenciales.
- Elaborar gráfico de las funciones exponenciales encontrando el dominio y elrango.
- Resolver de manera correcta ecuaciones exponenciales.
- Aplicar las funciones exponenciales para resolver ciertas situaciones problemáticas o situaciones de la vida real.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

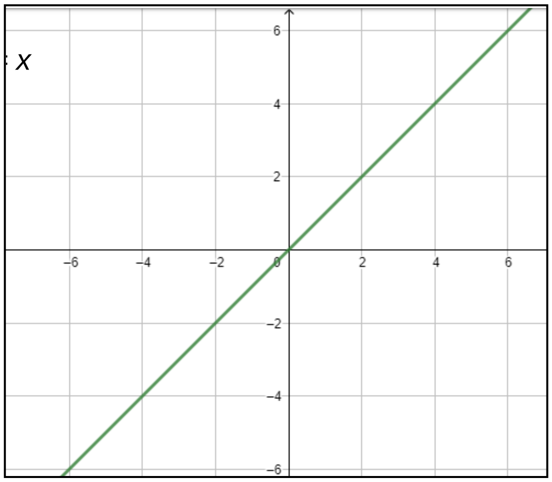
Conceptos previos.

1. Averigua cuál es aproximadamente, en número de habitantes que hay actualmente en el planeta, ¿Cómo crees que se estima la población para lospróximos 20 años?
2. Copia en tu cuaderno las siguientes propiedades de la potenciación y escribe un ejemplo para cada una

1. $1^n = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^0 = 1, (a \neq 0)$
4. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
6. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
9. $a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$
10. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$
11. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$

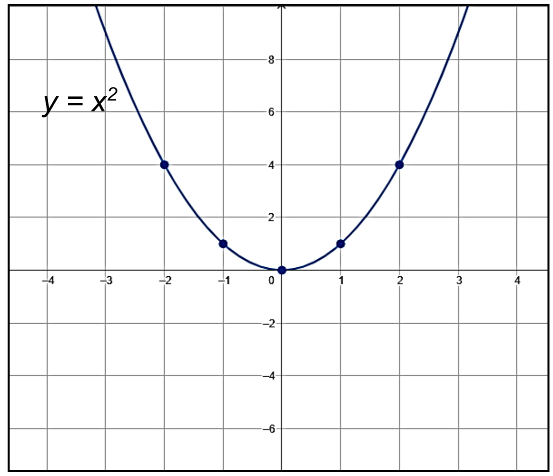
3. ¿Cuál de las funciones gráficas crece más rápido?

I. Función lineal



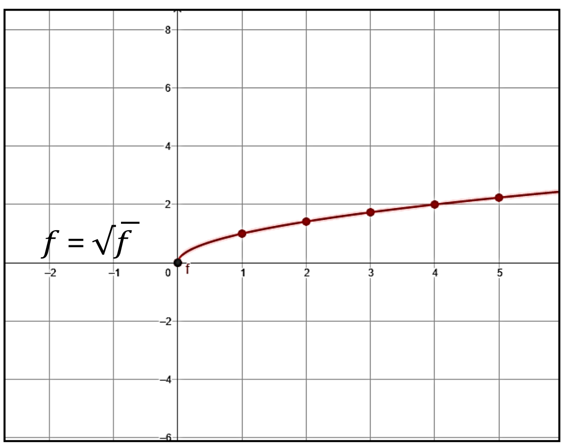
Es útil para describir la ecuación de un movimiento uniforme (sin aceleración).

II. Función cuadrática



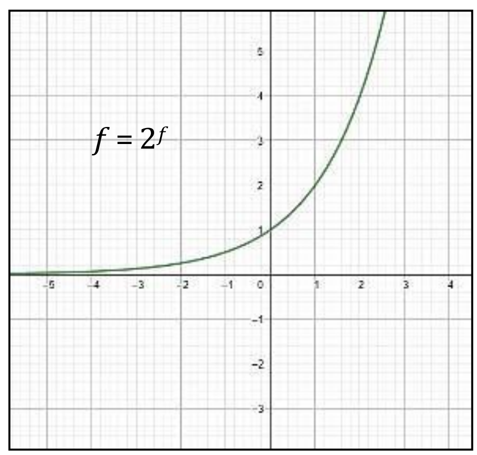
Se usa para describir movimientos con aceleración constante como la caída de un cuerpo.

III. Función radical



Se aplica para determinar el lado de un cuadrado si se conoce su área.

IV. Función exponencial.



Es práctica para los arqueólogos a quienes les interesa el proceso conocido como desintegración radioactiva.

Referencias: Tomado de Supermat-Matematicas9

Plan lector

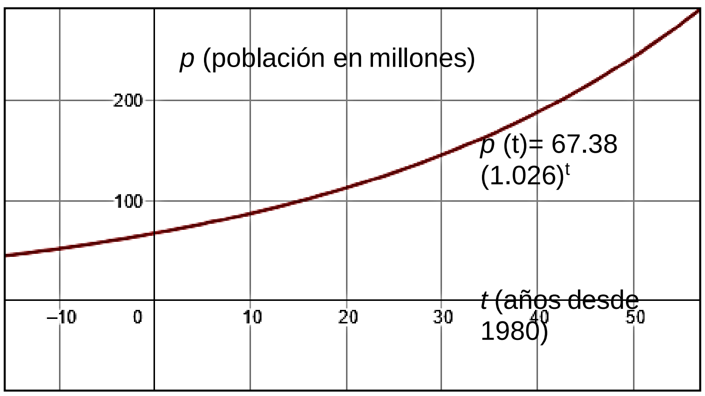
Lee y observa para qué dimensiones la utilidad de la función exponencial.

Si nos tocará escoger entre las funciones que más aplicaciones tiene en la sociedady en la naturaleza no dudaríamos en escoger a las funciones exponenciales y las funciones logarítmicas.

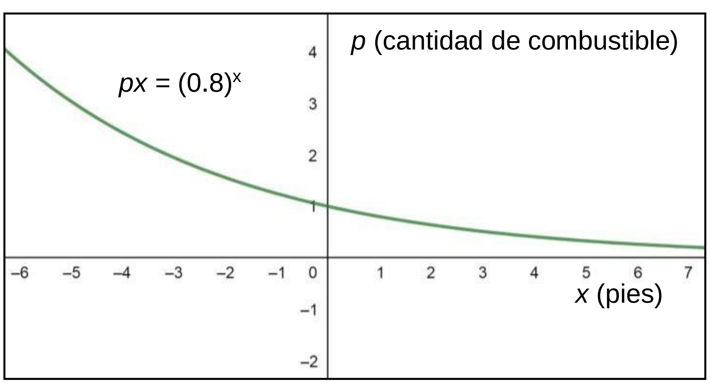
Aunque hay que decir que así se tengan datos exactos, la curva suave que se muestran abajo en realidad es una aproximación de la verdadera gráfica decrecimiento exponencial de la población mexicana. Cómo no podemos tener fracciones de personas, la gráfica en realidad debería ser dentada (con saltos haciaarriba y hacia abajo) pues, permanentemente alguien nace o muere.

Sin embargo, con una población el orden de los millones, los altos son tan pequeñosque son invisibles a la escala que se está utilizando.

Por lo tanto, la gráfica suave mostrada es una buena aproximación.



Las funciones exponenciales se usan para medir la remoción de contaminantes delpetróleo antes de ser usado como combustible para Jets. Así lo exigen los reglamentos federales de los países que exportan estos aparatos, teniendo que eliminar dichos contaminantes al pasarlos por filtros de arcilla.



También se usan para medir la desintegración radiactiva de ciertas sustancias, como por ejemplo el uranio, el carbono 14 que se utiliza para determinar la edad deobjetos orgánicos.

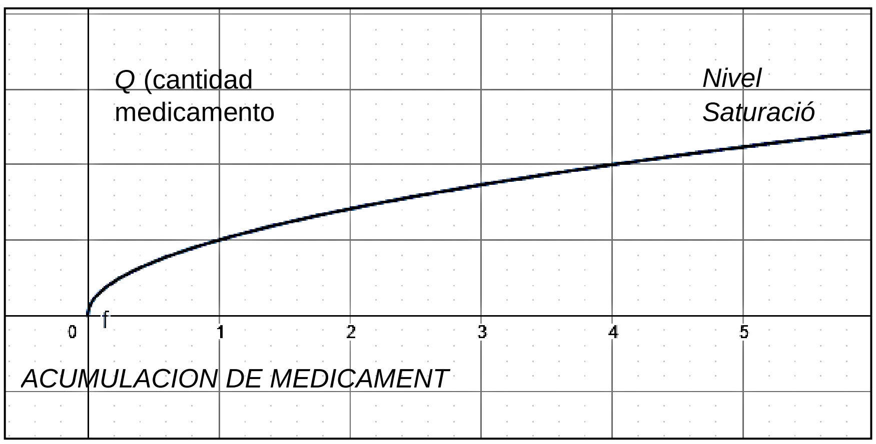
Después de los ejemplos anteriores, se valida la frase: “una imagen vale más quemil palabras”.

Explicar solamente con palabras algunas ideas puede resultar muy difícil. Un dibujo,una fotografía o una melodía pueden ser una buena manera de expresarse. También en matemáticas, para exponer un tema, es conveniente presentarlo en tres formas: numérica, geométrica y algebraica.

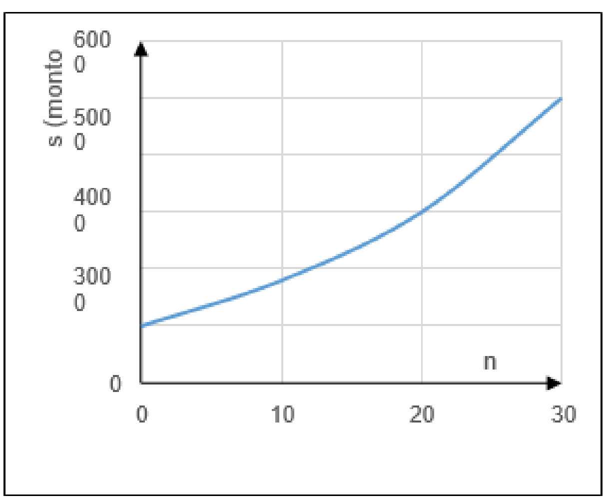
En esta unidad usaremos el lenguaje de las funciones exponenciales y también sus múltiples aplicaciones.

Las funciones exponenciales son útiles para medir la acumulación de ciertos medicamentos en el cuerpo. Supón que se desea hacer un modelo de la cantidad de cierto medicamento en el organismo, considerando que inicialmente no había nada de aquel pero que la cantidad empieza a aumentar en forma lenta por inyección intravenosa continua.

Tal modelo puede reflejarse a través de la siguiente gráfica:



Una aplicación más de las funciones exponenciales es el cálculo del monto compuesto y el interés simple en estados de cuenta, tarjetas de crédito entre otros:



Si cierta cantidad P, llamada la principal se invierte a 100 r por cientode interés compuesto anual, la cantidad A de dinero, después de *t* años, está dada por: $A= P\,(I + r)^t$

Las funciones exponenciales juegan unpapel muy importante no sólo enmatemáticas sino también en finanzas, economía, física, biología, aeronáutica entre otras áreas de estudio.

Referencias Tomado de Supermat- Matematicas9

Ejemplo 1

Para el estudio de esta función analizaremos la siguiente situación:
Una fábrica inicia su actividad con un capital de $ 1.000.000 y se propone duplicarlo en periodos fijos de un año.
Llamamos C_0= $1.000.000
Al final del primer año se duplica el capital, este será:
$C_1 = 2 \cdot C_0 = 2 \cdot (1.000.000)$
Capital al finalizar el segundo año:
$C_2 = 2 \cdot C_1 = 2 \cdot (2\, C_0) = 2^2 \cdot C_0 = 4 \cdot (1.000.000)$
Capital al finalizar el tercer año:
$C_3 = 2 \cdot C_2 = 2 \cdot (2^2\, C_0) = 2^3 \cdot C_0 = 8 \cdot (1.000.000)$
⋮
$C_t = 2^t \cdot C_0 = 2^t \cdot (1.000.000)$
El proceso de cambio en el capital se expresa mediante la función cuya ecuación es: $C_t = 2^t \cdot C_0$ donde C_t indica el capital a tener en el año t; el sub-índice t sirve para indicar que estamos hablando del cambio de capital en el tiempo t.
En la ecuación $C(t) = 2^t\, C_0$, observamos que la variable t aparece como exponente de la base 2, por esta razón recibe el nombre de **función exponencial**.
Algunos ejemplos de funciones exponenciales son:

Ejemplo 2

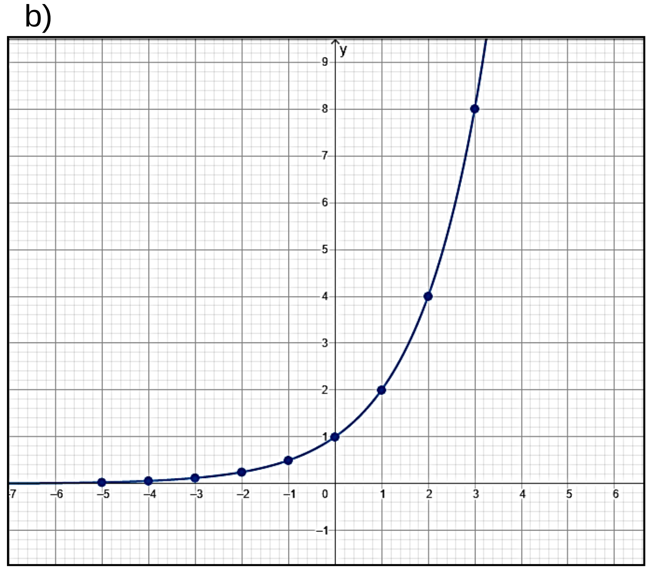
Dada $f(x) = f = 2^x$ definida en los números reales:

a. Elaborar la tabla de valores.
b. Representar la función en el plano cartesiano.
c. Determinar el dominio y el rango de la función.
d. Encontrar los ceros de la función.

a) Elaboremos la tabla:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8

b)



c) El dominio de la función exponencial es el conjunto de todos los números reales, y el rango es el conjunto de todos los números reales positivos.

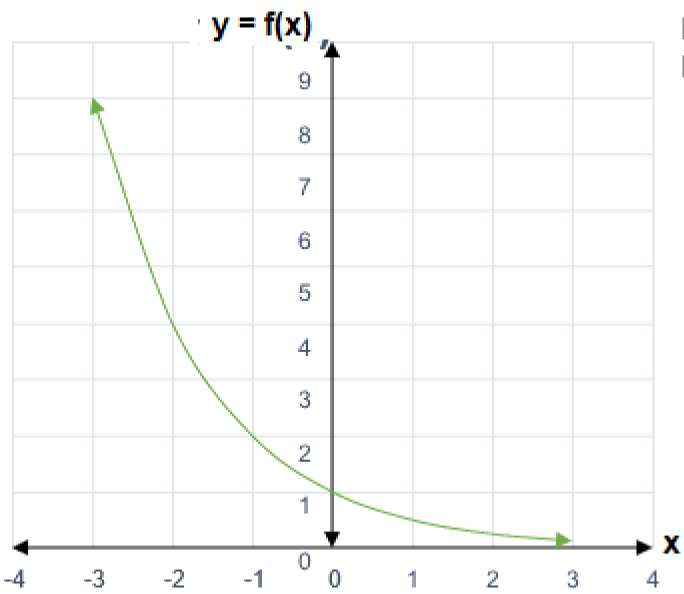
d) Como la gráfica de la función no corta el eje x la función no tiene raíces o ceros reales

ejemplo 3.

Grafiquemos f(x) = $(\frac{1}{2})^x$

Hagamos la tabulación

f	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(f)$	8	4	2	1	1/2	1/4	1/8



Dominio: **R**

Rango: **R⁺**

$f(f) = f f^f$

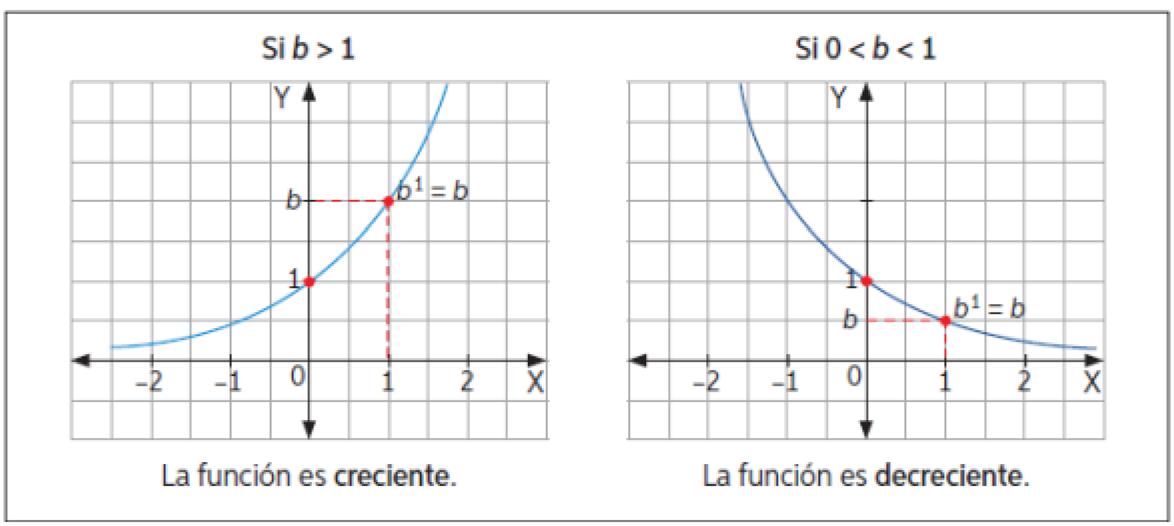
$f > 0, f \neq 1, f \in \mathscr{R}$

Si $f > 1 \Rightarrow f = f f^f$ es creciente

Si $f < 1 \Rightarrow f = f f^f$ es decreciente

Si $f = 1 \Rightarrow f = 1$ es una función constante

La grafica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de b. Así:



En las ciencias aplicadas se utiliza con frecuencia como base al número irracional e= 2.71828 llamado número de Euler; en este caso la función exponencial es:

f(x) = e^x

Esta función tiene por dominio de definición el conjunto de los números reales, y tiene la particularidad de que su derivada es la misma función. Se denota equivalentemente como f(x)=ex o exp(x), donde "e" es la base de los logaritmos naturales y corresponde a la función inversa del logaritmo natural

PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL BASE "e"

- Dominio: ***R***
- Imagen: $\boldsymbol{R^+}$
- Es continua
- Los puntos (0, 1) y (1, a) pertenecen a la gráfica
- Es inyectiva ∀ a ≠ 1
- Creciente si a >1
- Decreciente si a < 1
- Las curvas $y = a^X$ e $y = (1/a)^X$ son simétricas respecto del eje OY

ejemplo

- En un banco se invierten $150,000.00 al 14% de interés compuesto de manera continua. ¿Qué cantidad tiene la cuenta a los 7 años de inversión?

  Para determinar los ahorros en un banco se utiliza la expresión:

  Datos:
  P=$150,000.00

  $A=Pe^{rt}$
  P= es la cantidad que se invierte,
  e= es el numero natural
  r = es el interés expresado como decimal
  t = es el número de años que se guarda la inversión
  A = la cantidad que se obtiene después de varios años
- **Ejemplo:**
  r= 14%=0.14
  t= 7
  $A = Pe^{rt}$
  $A = 150000e^{0.14\,(7)}$
  A =150000 (2.6644)
  A = 399668.43

Ahora vamos a practicar

Con la ayuda de la docente grafica las siguientes funciones:

1) $f(x) = 2^x$
2) $g(x) = 3^x + 2$
3) $h(t) = 2(5^{t-1})$
4) $F(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
5) $G(x) = e^x$

Ecuaciones:

Con frecuencia se presentan ecuaciones en las que la variable aparece como exponente. Estas ecuaciones se llaman ecuaciones exponenciales y, para resolverlas tenemos que utilizar las propiedades de la potenciación.

Propiedad I:

Si $a^p = a^q$ entonces $p = q$.

Esta propiedad se cumple porque las funciones exponenciales son funciones uno-a-uno.

Hagamos en el cuaderno los siguientes ejemplos:

Encontrar la solución de la siguiente ecuación

1) $2^{x-1} = 2^{3x}$

Para resolver estas ecuaciones, las bases deben ser iguales para poder utilizar la Propiedad I. Como en esta ecuación las bases son iguales, procedemos a igualar los exponentes.

$x - 1 = 3x$

$-2x = 1$

$x = \dfrac{1}{-2}$ ó $x = \dfrac{-1}{2}$

La solución de una ecuación se puede escribir como un conjunto, al cual llamamos el conjunto solución (C.S.) de la ecuación.

$\therefore\ C.S. = \left\{\dfrac{-1}{2}\right\}$ (El símbolo $\therefore$ significa por lo tanto.)

PRACTICO LO QUE APRENDI

Antes de iniciar esta actividad ver los siguientes videos

https://www.youtube.com/watch?v=663yhdc1yYg
https://www.youtube.com/watch?v=HP0FlTPZ8F4

1. Identifica cuales de las siguientes funciones son exponenciales

a) ☐ $f(x) = 4x$

c) ☐ $h(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^x$

e) ☐ $j(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^2$

b) ☐ $g(x) = 6^{-x}$

d) ☐ $i(x) = x^{-5}$

f) ☐ $k(x) = 3^{2-x}$

2. Evaluar cada una de las funciones exponenciales del punto 1 para

a) $x = -2$

b) $x = -3$

c) $x = 2$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $5^{x+1} = 625$

b) $2^{x} = 8^{x+2}$

4. Grafica las siguentes funciones

a) $f(x) = 3^{-x}$

b) $f(x) = 2^{x} + 1$

¿COMO SE QUE APRENDI?

Actividad para entregar: lo debes realizar en tu cuaderno de matemáticas de manera ordenada y clara, mostrando cada proceso desarrollado.

Resuelve los siguientes problemas:

1. **Presión atmosférica**

La presión atmosférica **p** en un globo o en un avión decrece conforme aumenta la altura.

Esta presión, medida en milímetros de mercurio, está relacionada con el número de kilómetros **h** sobre el nivel del mar, mediante la fórmula: $p = 760e^{-0.145h}$.

a) Encontremos la presión atmosférica a una altura de 2 kilómetros.
b) ¿Qué valor tiene p a una altura de 10 kilómetros?

2. En un experimento para controlar y estudiar el crecimiento de bacterias, se inicia con una cantidad de 300. El investigador anota los datos en la siguiente tabla:

b (bacterias)	300	600	1200	2400	4800
t (tiempo)	0	1	2	3	4

El número de bacterias en un tiempo t está dado por:

$\mathbf{P = 2^{t}\,(300)}$

a) Estimar el número de bacterias que tendría el investigador para un tiempo t=0.25 seg
b) Calcular el número de bacterias que tendría el investigador media hora y una hora antes de iniciar el experimento.
c) Representa gráficamente el crecimiento de bacterias.
d) En un solo plano Cartesiano grafica las siguientes funciones

QUE APPENDÍ

Observe los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=Atf1UtHR7uw

https://www.youtube.com/watch?v=Atf1UtHR7uw&list=RDCMUCvTyXJuQyAqG2UxzI8jtc2g&start_radio=1&t=110

https://www.youtube.com/watch?v=NI9Rf6Jp4p4&list=RDCMUCvTyXJuQyAqG2UxzI8jtc2g&index= 3

1) En una función exponencial puedes identificar sus elementos. Efectúa un ejemplo.
2) Dadas las siguientes funciones indica cuál de ellas es exponencial.

a) $2x + x^3 = 0$
b) $3x^2 + x - 2 = 0$
c) $f = 3^{x+1}$
d) $f = 1^x$

3) De cualquier texto resuelve un problema en donde para resolverlo necesita la función exponencial.

"La felicidad del cuerpo se funda en la salud; la del entendimiento en el saber"
Thales de Mileto.