GUÍA No: 6 ÁREA: MATEMÁTICAS	**ASIGNATURA: ESTADISTICA**
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 15 DE AGOSTO HASTA: 9 DE SEPTIEMBRE	
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 2 DE SEPTIEMBRE	
DOCENTE: SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ	
ESTUDIANTE:	**GRUPO: UNDECIMO**

"La vida es como un espejo: si sonrío, el espejo me devuelve la sonrisa. La actitud que tome frente a la vida es la misma que la vida tomará ante mi"

Mahatma Gandhi

¿QUE VOY A APRENDER?

Objetivos del aprendizaje

- Aplicar la noción de probabilidades condicional a problemas, reconociendo independencia o dependencia entre eventos.
- Utilizar la función probabilidad para resolver problemas de distintas áreas, como organización de Comités, Salud, Control de Calidad, Juegos de azar.
- Construir árboles de probabilidad para hallar probabilidades condicionadas.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Conceptos previos

Para entender lo que es una probabilidad condicionada debes tener claridad de cuando dos eventos son dependientes ó independientes; vistos en la guía No 4.

Recordemos: Dos sucesos son independientes si no están relacionados entre sí.Veamos

el siguiente **ejemplo 1**:

En una caja hay 4 fichas blancas y 5 rojas, dos fichas son extraídas al azar ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean rojas? si:

a) Al hacer la primera extracción la ficha se regresa. Aquí es un suceso que NO depende del otro(son independientes), entonces

   $P\ (R, R) = \frac{5}{9} * \frac{5}{9} = \frac{25}{81} = \approx ,31 \approx 31\%$

b) Al hacer la primera extracción la ficha no se regresa (sin devolución) en este caso la segunda extracción depende de la primera, (sucesos dependientes)

$$P(R,R) = \frac{5}{9} * \frac{4}{8} = \frac{5}{36} = \approx 0.14 \approx 14\%$$

Ten presente que la independencia de sucesos se caracteriza por:

$$P\ (A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Probabilidad condicional

Si se tienen dos sucesos, A y B, donde P (B) ≠ 0, entonces la probabilidad condicional de que A suceda dado que B ha ocurrido, se puede calcula por la siguiente fórmula:

$$P(A/B) = \frac{P(A \text{ y } B)}{P(B)}$$

Dos sucesos son dependientes cuando la ocurrencia de uno influye en la ocurrencia del otro. En este sentido, el primer suceso entrega información adicional que influye en el segundo.

EJEMPLO 1

En un curso hay 35 alumnos y alumnas, de los que 20 son hombres, 5 mujeres y 8 hombres tienen pelo rubio y el resto tiene el pelo castaño. Se elige uno al azar y es hombre. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga el pelo rubio? Si hacemos un diagrama, tendremos que:

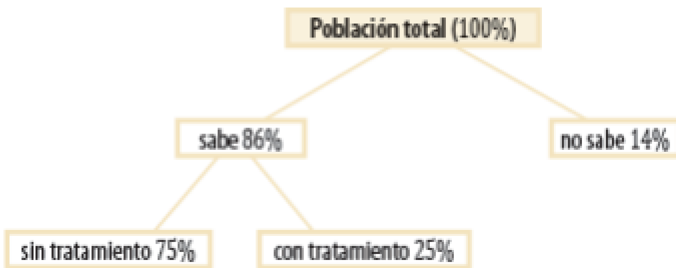
Según nuestro diagrama, el número de personas que tienen el pelo castaño y son hombres es 12, y como debemos restringir nuestro espacio muestral solo a los hombres, entonces tenemos que la probabilidad pedida será:

$$P(\text{rubio si es hombre}) = \frac{P(\text{ser rubio y hombre})}{P(\text{hombre})},$$

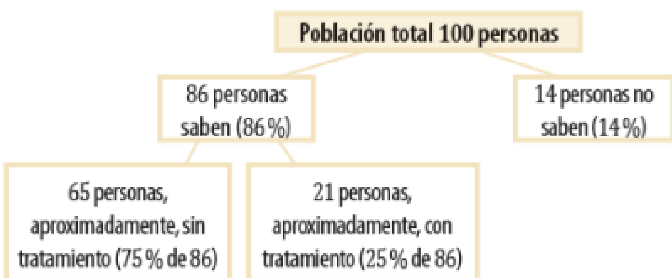
$$P(\text{rubio si es hombre}) = \frac{\frac{8}{35}}{\frac{20}{35}} = \frac{P(\text{ser rubio y hombre})}{P(\text{hombre})} \qquad P(\text{rubio si es hombre}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\ \%$$

EJEMPLO 2

Un informe sobre la diabetes indica que en el total de una población, el 14% señala que no conoce su situación respecto al padecimiento de esta enfermedad. Del resto, solo el 25% dice estar en tratamiento riguroso de su enfermedad. Calcula la probabilidad de que al escoger una persona al azar, esta no esté en tratamiento dado que conoce de su enfermedad. Haciendo un esquema con los datos entregados en el problema se tiene:



Debes considerar que tenemos porcentajes de porcentajes; por lo tanto, debemos tener mucho cuidado al hacer los cálculos, ya que, por ejemplo, las personas sin tratamiento son el 75 % del 86 %. Entonces, podemos tomar un universo de 100 personas para simplificar la situación (recuerda que como los porcentajes son razones, será lo mismo si tomamos un universo mayor). Entonces, rescribamos el esquema.



$$P(\text{sin trat./sabe}) = \frac{P(\text{sin tratamiento y sabe})}{P(\text{sabe})}$$

$$= \frac{\frac{65}{100}}{\frac{86}{100}} = \frac{65}{\cancel{100}} \cdot \frac{\cancel{100}}{86} = \frac{65}{86} \approx 0{,}76 = 76\ \%$$

EJEMPLO 3.

Una caja contiene 12 pelotas, 4 blancas y 8 negras, del mismo tamaño y material. Se extraen de la caja dos pelotas, una por una, en forma consecutiva. Encontremos la probabilidad de que ambas sean de color negro, con las siguientes condiciones:

a. La pelota de la primera extracción se devuelve a la caja.
b. La pelota de la primera extracción no se devuelve a la caja.

Veamos, para ambos casos, que la probabilidad del evento A= "la pelota en la primera extracción es negra" es la misma:

Los casos totales de seleccionar una pelota de la caja son 12.

Los casos favorables de seleccionar una pelota negra de la caja son 8.Por consiguiente, la probabilidad del evento A es: P(A) =$\frac{8}{12}$

De otra parte, la probabilidad del evento B = "la pelota en la segunda extracción es negra", resulta diferente para las dos condiciones:

a. Observemos que al regresar la pelota extraída-por primera vez-a la caja, la población permanece igual a la considerada para la primera extracción, o sea que en la caja continúan 12 pelotas; en consecuencia, la probabilidad del evento B no se ve afectada por el resultado de la primera extracción, así P(B) = $\frac{8}{12}$. Por el principio de multiplicación, la probabilidad de que ambas extracciones los resultados sean pelotas negras es igual al producto P(A) por P (B), vale decir:

P (ambas pelotas sean negras) =$\frac{8}{12} * \frac{8}{12} = \frac{64}{144} = 0{,}4444$

Cuando la pelota de la primera extracción no se devuelve a la caja, entonces la población se reduce a 11 pelotas, luego la probabilidad de que en la segunda extracción la pelota sea negra se ve afectada por el resultado de la primera extracción. Como queremos calcular la probabilidad de que ambas pelotas extraídas sean negras, entonces tenemos P (ambas pelotas sean negras) = P(A) x P (segunda pelota sea negra, suponiendo que la primera fue negra). Notemos que:

P (segunda sea negra, dado que la primera fue negra) = $\frac{7}{11}$ luego P (ambas sean negras) = $(\frac{8}{12}) * \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{56}{132} \approx 0.4242$

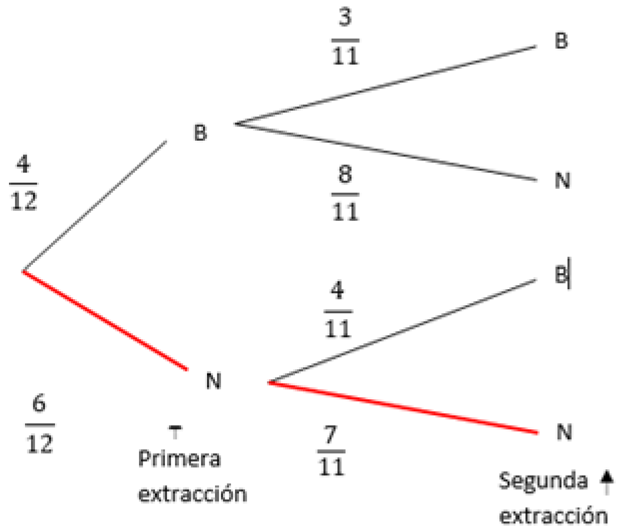
Notemos cómo la probabilidad de la situación b es menor que la de la situación a, resultado que se podía esperar, ya que en la situación b para el evento "la pelota en la segunda extracción es negra" los casos favorables han disminuido.

Esta segunda situación es útil ilustrarla con un diagrama de árbol (véase la figura).

La rama del árbol en rojo resalta el evento "ambas pelotas negras" con sus posibilidades cuyo producto $(\frac{8}{12}) * \left(\frac{7}{11}\right) = \frac{56}{132} \approx 0.4242$ (es la probabilidad buscada,) Para dos eventos cualesquiera A y B, en un espacio muestral EM, tales que P(B)≠0, la probabilidad condicional del evento A dada la ocurrencia del evento B, se define por el número. $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Esta probabilidad se denotará por P(A/B) y se lee “probabilidad condicional del evento A dado que el evento B ya ocurrió” o simplemente "probabilidad de A dado B.

$P(A|B)= \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; $P(B)\neq 0$



Debemos de observar no es que probabilidad condicionada NO es conmutativa, es decir:

$P(A/B) \neq P(B/A)$

$P(A/B)= \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ y $P(B/A)= \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$; $P(A) \neq 0$

De aquí podemos concluir que:

$A \cap B= P(A/B) \cdot P(B)$ ó $A \cap B= P(B/A) \cdot P(A)$

Una consecuencia inmediata y útil de la noción de probabilidad condicional es la ley de las probabilidades totales usando probabilidad condicional:

$P(A) = P(A|B)\, P(B) + P(A|B^C)\, P(B^C)$

En efecto, basta observar que si EM es el espacio muestral para el evento A y B es un evento cualquiera, entonces $EM= B \cup B^C$, por tanto $A = A \cap EM = A \cap (B \cup B^C)$, es decir, que $A = (A \cap B) \cup (A \cap B^C)$, luego $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C) = P(A|B)P(B) + P(A|B^C)P(B^C)$.

La ley de probabilidades totales puede extenderse de la siguiente forma:

Si $EM = B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n$ y los eventos son incompatibles dos a dos, entonces

$P(A) = P(A|B_1)P(B_1) + P(A|B_2)P(B_2) + \ldots + P(A|B_n)P(B_n)$.

En una clínica especializada el 35% de los enfermos ingresa por problemas gástricos, un 40% por hipertensión y un 25% por afecciones cardíacas. La probabilidad de curación completa de problemas gástricos es 0.9, de hipertensión 0.8 y de afecciones cardíacas 0.7. Hallemos la probabilidad de que un enfermo que se interna en la clínica sea dado de alta completamente curado.

Para solucionar el problema definimos los siguientes eventos:

A = "enfermo ingresa por problemas gástricos".

B = "enfermo ingresa por problemas de hipertensión".

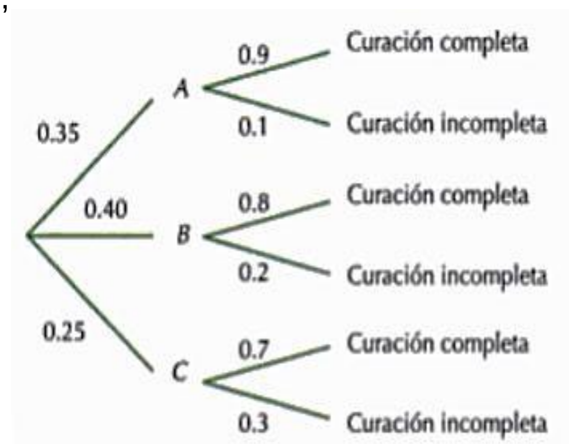
C = "enfermo ingresa por problemas cardíacos".

S = "enfermo logra la curación completa".

De la información que nos dan, podemos establecer las siguientes:

Probabilidades incondicionales: $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.40$, $P(C) = 0.25$.

Probabilidades condicionales: $P(S|A) = 0.9$, $P(S|B) = 0.8$, $P(S|C) = 0.7$.



Como A, B y C son eventos incompatibles y $A \cup B \cup C = EM$, entonces por la ley de probabilidades totales tenemos:

$P(S) = P(S|A)P(A) + P(S|B)P(B) + P(S|C)P(C) = 0.9 \times 0.35 + 0.8 \times 0.40 + 0.7 \times 0.25$, luego

$P(S) = 0.81$; este resultado podemos interpretarlo así: de 100 enfermos que ingresana la clínica por cualquiera de las tres afecciones,81 son dados de alta completamente curados. El diagrama de árbol de la siguiente figura, exhibe todos los datos del problema y otros adicionales.

¿Cuál es la probabilidad de que un paciente internado en la clínica no salga completamentecurado?

EJEMPLO 4

Se lanza un dado legal dos veces. Consideremos los eventos:

A = "el primer resultado es un número par"; B = "el segundo resultado es 2". Analicemos siel segundo resultado depende del primero o no depende.

El espacio muestral del experimento "lanzar un dado legal dos veces" es:

EM = $\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),\ldots(2,6),\ldots(6,1),\ldots\ (6,6)\}$, que consta 36 casos posibles. Los eventos A y B quedan determinados así:

A = {(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

B = {(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2)}

Por tanto: P(A) $=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$, P(B) = $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$; observemos que el cálculo de P(B) no depende del resultado del evento A, luego P(A∩B) = P(A) P(B), es decir: P(A∩B) = $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{12}$

Como A ∩ B = {(2, 2), (4, 2), (6, 2)}, podemos ver que la probabilidad P(A∩B) = $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ coincide con el cálculo anterior.

PRACTICO LO QUE APRENDÍ

Antes de iniciar esta actividad observa los videos 1 y 2

https://www.youtube.com/watch?v=S7W5Tlpa3mA&t=299s

https://www.youtube.com/watch?v=rN6IWbanhy0

1) En una clase de bachillerato, el 50% suspenden matemáticas, el 60% suspende física y el 30% suspende ambas. Si se selecciona al azar un estudiante, ¿Cuál es la probabilidad que suspenda matemáticas si suspendió física?

2) Calcular la probabilidad de obtener 4 y al tirar un dado cúbico, sabiendo que ha salido número par.

3) Se tiene una baraja de 52 cartas, se extrae una carta. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta extraída sea el As de corazones, sabiendo que la carta extraída es de corazones?

4) Una caja contiene 5 fichas blancas y 4 rojas, dos fichas son extraídas al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda ficha sea blanca, si sabe que la primera fue blanca?

¿COMO SE QUE APPENDÍ?

Antes de empezar esta actividad, observe los videos:

https://www.youtube.com/watch?v=JyBGhhGY4o4

https://www.youtube.com/watch?v=QJ-E4kuj824

La actividad se desarrolla en el cuaderno de estadistica de forma clara y organizada

1. una urna contiene 5 bolas rojas, 3 azules y 2 blancas. Si, se extraen una a una (Sin remplazo) dos bolas de la urna.

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener bola roja, dado que ya salió azul?

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener bola azul, dado que ya salió blanca?

Para dos eventos Ay B de un espacio muestral E, se tiene P(A)= $\frac{1}{2}$, P(B)= $\frac{3}{5}$ P(A∩B) = $\frac{2}{5}$.

   a. Calcular P(A|B)
   b. Calcular P(B|A)
   c. ¿Son A y B eventos independientes?

2. En una clase hay 12 niños y 15 niñas. De los estudiantes, 8 niños y 11 niñas utilizan Internet todos los días. Si se elige un estudiante al azar calcular la probabilidad de:

a. Que sea niña, sabiendo que utiliza Internet todos los días.

b. Que no utilice internet, sabiendo que es un niño

3. Una compañía compra un seguro de salud para sus 200 empleados. La compañía que expidió el seguro de salud está interesada en hacer seguimiento al factor de riesgo “fumador", razón por la cual encuestó a los empleados, y resumió la información encontrada en la siguiente tabla

	Mujeres (A)	Hombres (H)	Total
Fumador (F)	30	50	80
No fumador (N)	90	30	120
Total	120	80	200

Se selecciona un empleado al azar:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre no fumador?

4. A una excursión asisten estudiantes, padres y profesores de dos colegios como se indica en la siguiente tabla

	Estudiantes	Padres	Profesores
Colegio A	60	6	7
Colegio B	30	4	5

Si se escoge una persona al azar y resulta pertenecer al colegio B, ¿cuál es la probabilidad de que sea un profesor?

QUE APRENDÍ

1) Con tus palabras explica cuando hay probabilidad condicionada.

2) Aplicando lo visto, resuelve el siguiente problema Se lanza un dado rojo y otro dadoblanco. Si la suma de 5, hallar la probabilidad de:

a) Que en algún dado salga un 3

b) Que en algún dado salga un 5

c) ¿qué fue lo que más se te dificultó de la guía?

“**La fuerza no viene de la capacidad física. Viene de una voluntad indomable"**

Mahatma Gandhi