	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DELPALMAR	Código; FR 202 GA Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUIA DE APRENDIZAJE	Actualización:

GUÍA No.6	**ÁREA: MATEMÁTICAS**	**ASIGNATURA: TRIGONOMETRÍA**
PERIODO DE COBERTURA	**DESDE: 15 DE AGOSTO**	**HASTA: 9 DE SEPTIEMBRE**
FECHA DE RECEPCIÓN DEL ENTREGABLE: 2 DE SEPTIEMBRE		
DOCENTE: MARÍA ISLANDIA ESPINOSA SÁNCHEZ Y SUBLEYMAN IVONNNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:		**GRUPO: 10**

LA VIDA ES UN REGALO DE DIOS, CUIDEMOS LA NUESTRA Y LA DE NUESTRO PROJIMO PARA TENER UN MUNDO MEJOR

¿QUÉ VOY A APRENDER?
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Reconocer y graficar funciones logarítmicas
- Reconocer la función logarítmica como Inversa de la función exponencial.
- Comparar la gráfica de funciones exponenciales y Logarítmicas.
- Resolver de manera correcta ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
- Aplicar el concepto de función exponencial y logarítmica para estudiar situaciones de la vida real.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

CONCEPTOS PREVIOS

Para entender la logaritmación vamos a recordar

$a^b = c$

Potenciación

$a \rightarrow$ Base

$b \rightarrow$ Exponente

$c \rightarrow$ Potencia

Radicación: $a = \sqrt[b]{c}$

La raíz es la base de la potenciación.

Logaritmación: $\log_a c = b$

El logaritmo es el exponente de una potencia.

También recordemos las propiedades de la Potenciación

1. $1^n = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^0 = 1, (a \neq 0)$
4. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
6. $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
9. $a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$
10. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$
11. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$

También recordemos las propiedades de la radicación:

Lenguaje Formal	*Ejemplos*
1) Exponentes racionales $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$ $\quad con\ a > 0, \quad m, n \in \mathbb{N}$	1) $(\sqrt[3]{8})^4 = \sqrt[3]{8^4} = 8^{4/3}$
2) Distributiva en multiplicación y división $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$ $\quad con\ a, b > 0 \quad n \in \mathbb{N}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	2) $\sqrt{4.5} = \sqrt{4}.\sqrt{5}$ $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2}$
3) Raíz de raíz $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n.m]{a}$	3) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$
4) Simplificación de radicales • $Si\ n\ es\ par \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = \|a\|$ • $Si\ n\ es\ impar \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$	4) $Si\ n\ es\ par$ $\quad \sqrt[6]{2^6} = \|2\| = 2$ $\sqrt[6]{(-2)^6} = \|2\| = 2$ $Si\ n\ es\ impar$ $\quad \sqrt[3]{5^3} = 5$ $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$
5) Radicales equivalentes: Una raíz enésima positiva no varía si se multiplican o dividen por un mismo número el índice y el exponente del radicando. $\sqrt[n]{a^r} = \sqrt[n.m]{a^{r.m}}$ $\quad con\ \ m, r > 0$ $\sqrt[n]{a^r} = \sqrt[n:m]{a^{r:m}}$ $\quad con\ \ m, r > 0\ \ y\ m\ \ es\ divisor\ de\ n\ y\ r$	5) $\sqrt[5]{3^2.a^3} = \sqrt[5.2]{(3^2)^2.(a^3)^2} = \sqrt[10]{3^4.a^6}$ $\sqrt[9]{5^3.a^6} = \sqrt[9:3]{5^{3:3}.a^{6:3}} = \sqrt[3]{5.a^2}$

Practiquemos

1) Convirtamos de la forma exponencial a la forma:
Logarítmica y de radicación:

1) $64 = 4^3$ $\qquad$ 2) $2^3 = 8$ $\qquad$ 3) $\frac{1}{16} = 4^{-2}$ $\qquad$ 4) $3^2 = 9$

2) Completar la siguiente tabla:

Potenciación	Radicación	Logaritmación
	$\sqrt{36} = 6$	
		$\log_{10} 100 = 2$
$5^{-3} = \frac{1}{125}$		
	$\sqrt[5]{32} = 2$	$\log_9 3 = \frac{1}{2}$
$5^4 = 625$		

Función Logarítmica

La función de la forma $f(x) = y = \log_a x,\ a > 0, a \neq 1,\ x \in R^+$ Se denomina función logarítmica.

a es la base del logaritmo y $a > 0$

x es la variable independiente (va en la horizontal)

D_f: Re^+

$R_{f:}Re$

Gráfica de la función logarítmica con $\boldsymbol{a > 1}$

Graficar la función $f(x) = log_2 x$.

Solución

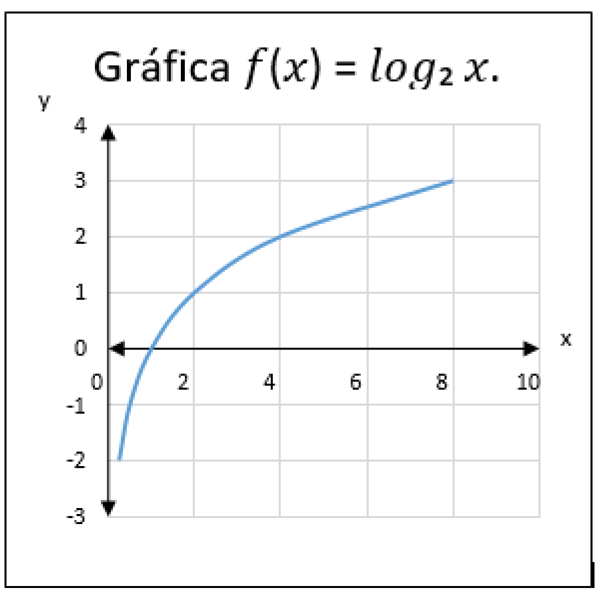
Puede resultar difícil sustituir valores de x y después encontrar sus correspondientes imágenes. Por ejemplo, $si\ x = 3$, entonces $f\ (3) = log_2\ (3)$ que no se determina fácilmente.

Una manera sencilla para trazar la función es utilizando la forma exponencial equivalente $x = 2^{f(X)}$. Seleccionamos valores de f(x) y encontramos los correspondientes valores de x. Por ejemplo, si $f(x) = 0$, entonces $x = 2^0 = 1$. Esto origina el punto (1, 0). Otros puntos son:

x	f(x)
1/4	-2
1/2	-1
1	0
2	1
4	2
8	3

$D_f = (0,\infty)$

$R_f = R_e$



Vamos a ver cómo es que graficamos

$y = log_2\ x$ Pasamos de forma logarítmica a exponencial, teniendo en cuenta que x es la Variable Independiente y "ý" la variable dependiente

$y = log_2 x \leftrightarrow 2^y = x$ ó $x = 2^y$, Ahora le damos valores a y (ordenada) para encontrar a x abscisa.

1. De la gráfica puede deducirse que la x toma los valores positivos en cambio las imágenes toman cualquier número real. Por lo tanto, los números negativos y el cero no tienen logaritmos.
2. La gráfica asciende de izquierda a derecha.
3. Los números entre 0 y 1 tienen logaritmos negativos y entre más cercano al cero es el número su logaritmo es menor.
4. Los números mayores que 1 tienen logaritmos positivos.
5. El logaritmo de 1 es 0, que corresponde al corte en el punto (1,0) del eje de las "x".
6. No existe corte en el eje de las "y".

Gráfica de la función logarítmica con $0 < a < 1$

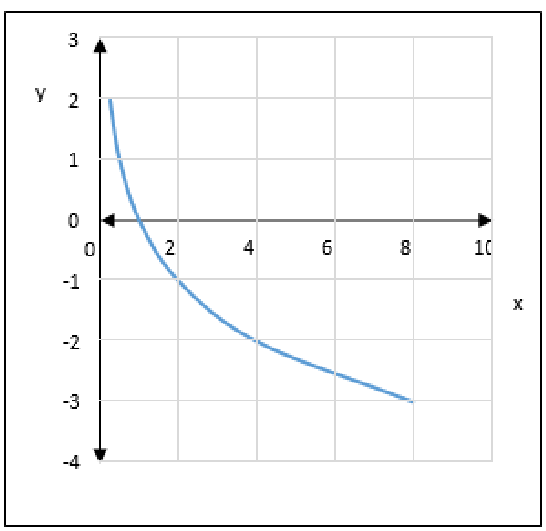
Graficar la función

Para trazar puntos usamos la forma exponencial equivalente $x = (\frac{1}{2})^y$

x	f(x)
1/4	2
1/2	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3

$D_f = (0, \infty)$

$R_f = R_e$

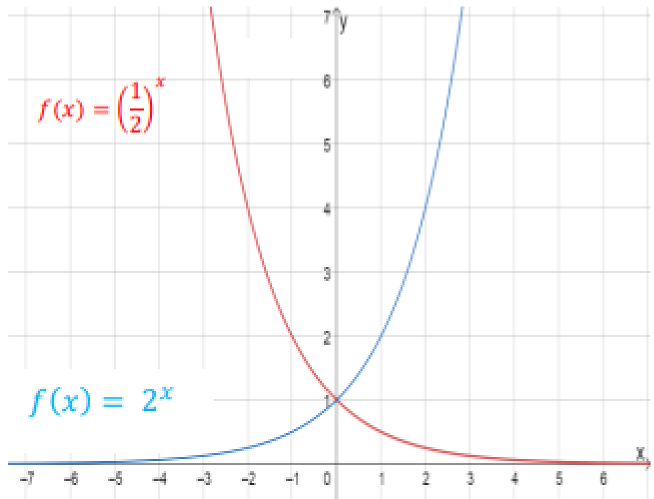


1. A partir de la gráfica se puede observar que la "x" toma cualquier número real positivo y y asigna cualquier imagen real.
2. La gráfica desciende de izquierda a derecha.
3. Los números entre 0 y 1 tienen logaritmos positivos y, entre más cerca estén del cero mayor es su logaritmo.
4. Los números mayores que 1 tienen logaritmos negativos.
5. El logaritmo de 1 es cero y corresponde al punto (1, 0) del eje de las "x".

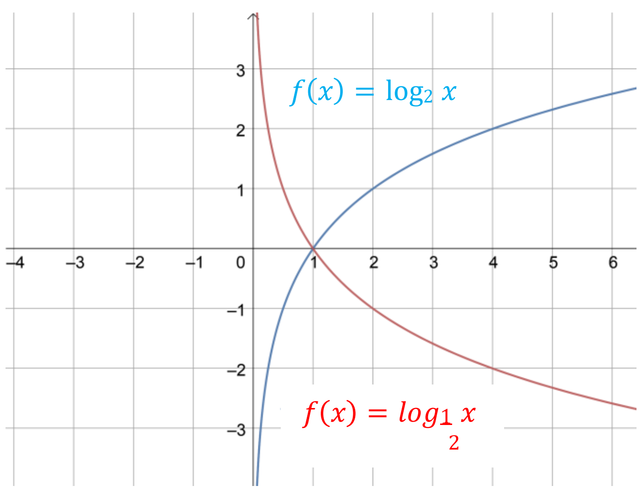
PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES

De la gráfica de la función exponencial, ilustrada en la siguiente figura tenemos:

- ***f(x) = a^x***, con a > 1 es creciente y con 0 < a < 1 es decreciente, por tanto, para ***x, y***, números reales distintos, ***a^x*** y ***a^y*** nunca son iguales
- en ***f(x) = a^x*** y ***g(x) = b^x***, ***f(x) = g(x)*** sólo cuando x = 0.
- 1. Si, ***a^x = a^y***, entonces x = y
- 2. Si ***a^x = b^x***, para todo x ≠ 0, entonces a = b



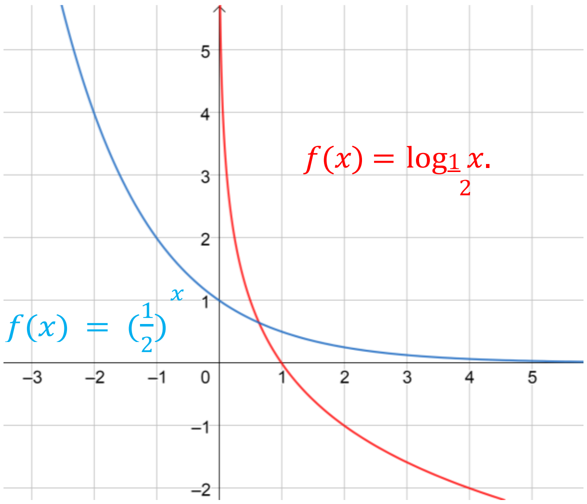
De la gráfica de la función logarítmica, ilustrada en la siguiente figura, podemos decir:



- $f(x) = log_a x,$ con $a > 1$ es creciente y con $0 < a < 1$ es decreciente, por tanto, para x, y, números reales distintos, $log_a x\ \ Y\ log_a y$ nunca son iguales.
- Para $f(x) = log_a x$ y $g(x) = log_b x,$ $f(x) = g(x)$ sólo cuando $x = 1$.

Nota: $f(x) = \log_{10} x$ se llama función logaritmo común y se denota $\log x$.

$f(x) = \log_{e} x$ se llama función logarítmica natural y se denota $f(x) = \ln x$ donde $e = 2.71828182$ ...



La función logarítmica $f(x) = \log_a x$ es la función inversa de la función exponencial de base a $f(x) := a^x$. La figura muestra la función $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ y su inversa la función $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

Ahora vamos a practicar. (utiliza si te es posible papel milimetrado) en un solo plan cartesiano graficar.

a) $f(x) = 4^x$

$g(X) = \log_4 x$

b) $(x) = (\frac{1}{4})^x$

$g(X) = \log_{\frac{1}{4}} x$

Referencias

Tomado de Retos 9

Propiedades de los logaritmos

1) $\log_b b = 1$
2) $\log_b b^u =$
3) $\log_b 1 = 0$
4) $\log_b(m \cdot n) = \log_b m + \log_b n$
5) $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$
6) $\log_b a^x = x \log_b a$
7) $\log_b a = \frac{\log_x a}{\log_x b}$ (cambio de base)
8) $\log_a x = \log_a y \rightarrow x = y$
9) $\log_a x = \log_b x \; con \; x \neq 1 \rightarrow a = b$

Te has preguntado cómo se hace para simplificar los cálculos del orden astronómico.

La respuesta es, haciendo uso de las funciones logarítmicas. Un logaritmo es el exponente al que hay que elevar una base para obtener una potencia. Log 100=2, pues 10^2= 100. Observa la siguiente tabla:

10 →$\log_{10}$ 10=1
100 →$\log_{10}$ 100=2
1000 →$\log_{10}$ 1000=3
10000→$\log_{10}$ 10000 = 4
100000 →$\log_{10}$ 100000=5
1000000 →$\log_{10}$ 1000000=6
10000000 →$\log_{10}$ 10000000 = 7
100000000 →$\log_{10}$ 100000000=8
1000000000→$\log_{10}$ 1000000000=9
10000000000→$\log_{10}$ 10000000000=10
y así sucesivamente se expresan grandes cantidades con expresiones sencillas.

Es importante saber que la función exponencial da lugar a la función logarítmica. Es su inversa. El conocimiento de una de ellas trae como consecuencia el conocimiento de la otra. Ambas funciones, se manejan con soltura gracias a las calculadoras.

El valor de la función logarítmica para cierto valor de x se llama logaritmo de x. El buen manejo de los logaritmos nos va a permitir, entre otras cosas, resolver con toda facilidad ecuaciones exponenciales difíciles sin necesidad de tantear.

10^6 = 1000000→log 1000000 = 6
10^5 = 100000→log 100000 = 5
10^4 = 10000→log 10000 = 4
10^3 = 1000→log 1000 = 3
10^2 = 100→log 100 = 2
10^1 = 10→log 10 = 1
10^0 = 1→log 1 = 0
10^{-1} = 1000→log 0,1 = -1
10^{-2} = 1000→log 0,01 = -2
10^{-3} = 1000→log 0,001 = -3

Referencias Tomado de Supermat 9

Ecuaciones Logarítmicas

Las ecuaciones Logarítmicas son aquellos que involucran al logaritmo con la incógnita.

Ejemplos:

1) $\log_5 x = 2$ Escribimos en forma exponencial

$5^2 = x$

$x = 25$

2) $\log_x 9 = \frac{2}{3}$ Escribimos en forma experiencial.

$\left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = (9)^{\frac{3}{2}}$

$x^{\frac{6}{6}} = \sqrt[2]{9^3}$

$x = \sqrt{729}$

$x = 27$

3) $\log_{x+1} 8 = \log_2 8$ Aplicamos la propiedad 9

$x + 1 = 2$

$x = 2 - 1$

$x = 1$

4) $\log_3 x + \log_3(x-6) = 3$

$\log_3 x\,(x-6) = 3$ Propiedad 4

$\log_3(x^2 - 6x) = 3$ Expreso de forma exponencial

$3^3 = x^2 - 6x$

$x^2 - 6x = 27$

$x^2 - 6x - 27 = 0$ Ecuación de segundo grado, Factorizamos

$(x-9)(x+3) = 0$

$x - 9 = 0$ y/o $x + 3 = 0$

$x = 9$ y/o $x = -3$

$S = \{9\}$

PRATICO LO QUE APRENDÍ

Observar los siguientes videos

https://www.youtube.com/watch?v=z5WDNFfSifo
https://www.youtube.com/watch?v=MjSs6QGNqYk

1) Traza la gráfica de:

a) $y = \log_2 x^2$ b) $y = 2^{x+1}$

2) Escribo cada expresión en forma logarítmica

a) $125 = x^3$

b) $\sqrt{169}$ =13

c) $1 = 2^0$

3) Escribo en forma exponencial

a) $\log_2 4 = 2$ b) $\log_9 \frac{1}{81} = 2$ c) $\ln 1 = 0$

4) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $e^x = e$ b) $\log_x 100 = 2$ c) $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$

¿CÓMO SE QUE APRENDÍ?

La actividad se realiza en el cuaderno de matemáticas de forma clara y explicando cada procedimiento

.

Antes de iniciar esta actividad observa los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=4SyYGHwuktU
https://www.youtube.com/watch?v=RyowzreVVpA
https://www.youtube.com/watch?v=QpW6xfEtbsE Diferente base
https://www.youtube.com/watch?v=c-lfnE_sXPQ Propiedad cambio de base
https://www.youtube.com/watch?v=siuW2XYUnPg&list=RDCMUCCEiGea11PvLd44aPuG9FxQ&start_radio=1&t=779&t=780 Ecuaciones resueltas
https://www.youtube.com/watch?v=siuW2XYUnPg&list=RDCMUCCEiGea11PvLd44aPuG9FxQ&index=1

1) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\log_2(x+1) + \log_2(x-1) = \log_2 8$

b) $\log x + \log(x+9) = 1$

c) $\log_5 x + \log_{125} x^7 = \frac{20}{3}$

d) $\log(7x+1) = 2\log(x+3) - \log 2$

e) $\log_2 x^2 + 3\log_2 x = 10$

f) $\ln(2x+3) - \ln(x+4) = 2$

2) Una sustancia radioactiva se desintegra continuamente a una tasa de 10% cada 100 años. Un trozo de este material puro pesa 100 gramos.

   a) ¿cuántos gramos de esta sustancia permanecerán en la porción tomada al final de 2 años?

   b) ¿Cuántos años deberán transcurrir para que el peso original se reduzca a la mitad? utilice la función de decaimiento $P(t) = Po\mathrm{e}^{-kt}$.

3) La magnitud “M" de un terremoto se define mediante la fórmula Log E= 11,8 + 1,5M, donde M es la magnitud del terremoto en la escala de Richter (de 0 a 10) y E es la energía liberada (expresada en ergios). ¿Qué magnitud tendría un terremoto que libera 10^{16} ergios? ¿Cuánta energía se libera en un terremoto de magnitud 7?

¿QUE APRENDÍ?

1) En un listado de funciones eres capaz de identificar la función Logarítmica. De un ejemplo.
2) Explica con tus palabras porque la función exponencial y logarítmica son funciones inversas.
3) Dado un conjunto de graficas de funciones, puedes identificar cuáles de ellas son logarítmicas.

4) ¿Qué fue lo que más se te dificulto de la guía?

"A la cima no se llega superando a los demás, sino superándote a ti mismo