

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA
		Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
GUÍA DE APRENDIZAJE		Actualización:

GUÍA No: 01	ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA: CÁLCULO
PERIODO DE COBERTURA DESDE: 30 de enero de 2023 HASTA: 14 de abril de 2023		
DOCENTE: SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVÁEZ		
ESTUDIANTE:	GRUPO: 11	

Recordar es fácil para el que tiene memoria. Olvidar es difícil para el que tiene corazón.
Gabriel García Márquez

¿QUÉ VOY A APRENDER?

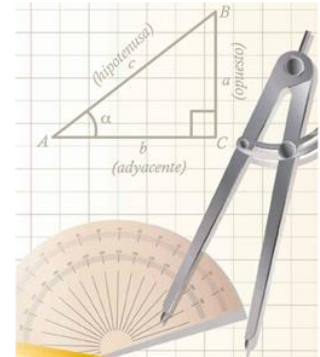
Al terminar esta guía usted estará en capacidad de:

Objetivos de aprendizaje

- Establecer una correspondencia entre diferentes sistemas de medición de ángulos (grados sexagesimal -radianes).
- Utilizar factores de conversión en el sistema Sexagesimal
- Definir e identificar las funciones trigonométricas a partir de un círculo unitario
- Encontrar los valores de las funciones trigonométricas de un ángulo dado medido en grados o en radianes a partir del respectivo ángulo de referencia, usando la calculadora cuando sea necesario.
- Resolver triángulos rectángulos aplicando las funciones trigonométricas y el Teorema de Pitágoras.
- Identificar y dibujar ángulos en: posición normal, complementarios, suplementarios, coterminales, de elevación, depresión
- Resolver problemas aplicando ángulos de elevación y depresión
- Analizar y resolver problemas identificando los conceptos vistos para triángulos rectángulos.
- Reconocer y argumentar en el gráfico de una función si es periódica o no
- Descubrir las propiedades de las funciones circulares a partir de la representación gráfica sobre un círculo unitario.
- Completar tablas con los valores de las razones trigonométricas para ángulos cuadrantales ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 300^\circ$) y ángulos notables ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$).
- Calcular las razones trigonométricas de un ángulo θ en posición normal, cuyo lado final pasa por un punto cuyas coordenadas se indican

CONCEPTOS PREVIOS:

SISTEMA DE MEDICIÓN DE ÁNGULOS



- Lea con atención y complete el enunciado
 - La medida en radianes de un ángulo θ es la longitud del _____ que subtiende el ángulo en un círculo de radio _____
 - Para convertir grados a radianes, multiplicamos por _____
 - Para convertir radianes a grados, multiplicamos por _____
- Nos dan las medidas de un ángulo en posición estándar. Encuentre 2 ángulos positivos y 2 negativos que sean coterminales con el ángulo dado.
 - 50°
 - $\frac{11\pi}{6}$
 - $-\frac{\pi}{4}$
- Encuentre un ángulo entre 0° y 360° que sea coterminal con el ángulo dado
 - 1110°
 - 1270°
 - -800°
- Nos dan las medidas de 2 ángulos en posición normal. Determine si los ángulos son coterminales.
 - -30° y 330°
 - $\frac{32\pi}{3}$ y $\frac{11\pi}{3}$
 - 50° y 340°
- Complete la tabla teniendo en cuenta las claves

Grados	Radianes
30°	
	$\pi/4$
90°	
	$3\pi/4$
150°	
180°	π
270°	
360°	2π

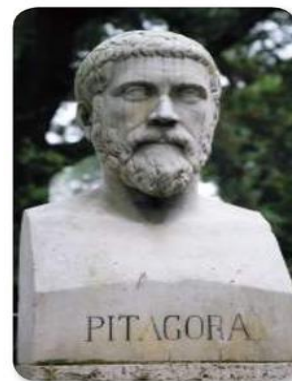
Claves	
ACB	45°
$\pi/6$	2
$\pi/2$	$5\pi/6$
$3\pi/2$	$11\pi/6$
135°	180°
330°	90°
225°	$5\pi/4$

TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Ingresa al siguiente enlace:

<https://es.liveworksheets.com/c?a=s&g=UND%C3%89CIMO&s=MATEM%C3%81TICAS&t=49debg2gyy6&m=n&e=n&sr=n&ms=uz&l=ok&i=dfxfzdu&r=fl&db=0&f=dzdtzudc&cd=p94nrfb5bii1lljcnemegnxea2ngnzgxnkxg> y resuelve la actividad allí propuesta sobre aplicación del Teorema de Pitágoras y socializarlos en el salón de clase a tu profesora y compañeras (consignar los ejercicios en el cuaderno de talleres) Actividad tomada de LIVEWORKSHEETS, elaborado por Emir_Gtz

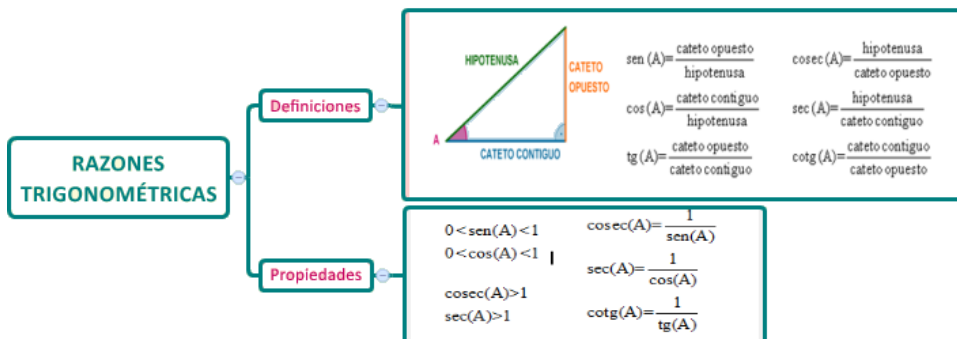
2. Observa el video que encontraras en el enlace <https://youtu.be/UulXgcaRIE1> y elabora una ficha de estudio explicando con tus palabras en que consiste el Teorema de Pitágoras y otra ficha haciendo la demostración del mismo.

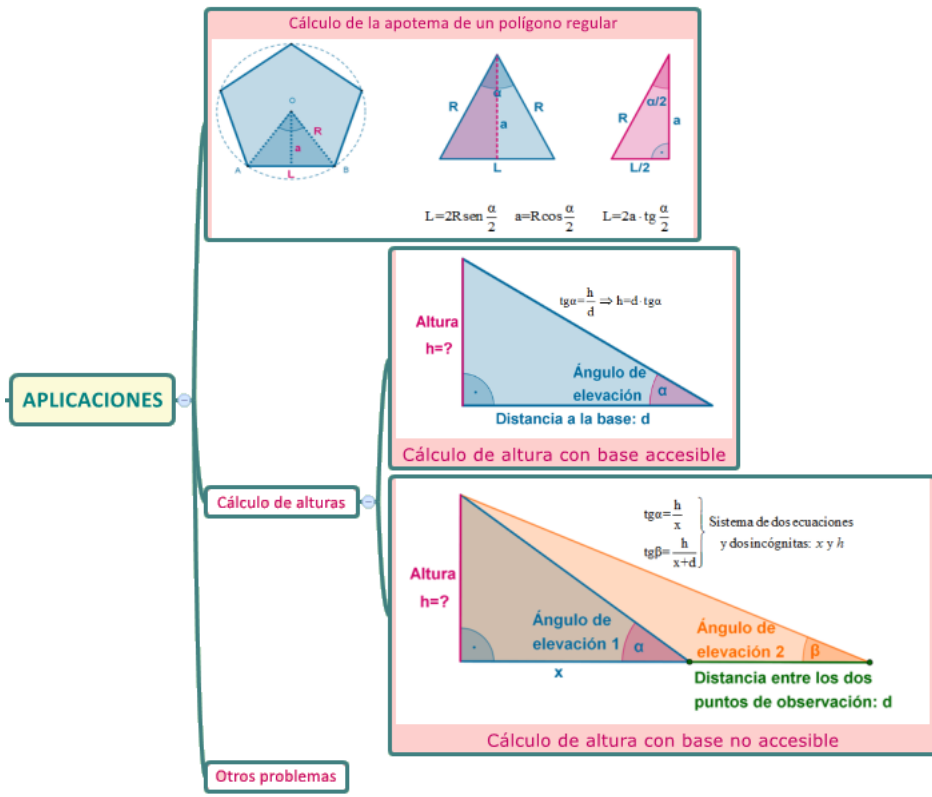


LO QUE ESTOY APRENDIENDO

Para poder entender con mayor facilidad la notación de los ángulos es importante 1. tener en cuenta el siguiente cuadro del alfabeto griego.

MAYÚSCULAS	minúsculas	nombre español	MAYÚSCULAS	minúsculas	nombre español
A	α	Alfa	N	ν	Ni
B	β	Beta	Ξ	ξ	Xi
Γ	γ	Gamma	O	ο	Omicron
Δ	δ	Delta	Π	π	Pi
E	ε	Épsilon	P	ρ	Rho
Z	ζ	Dseta	Σ	σ	Sigma
H	η	Eta	T	τ	Tau
Θ	θ	Zeta	Υ	υ	Ipsilon
I	ι	Iota	Φ	φ	Fi
K	κ	Kappa	X	χ	Ji
Λ	λ	Lambda	Ψ	ψ	Psi
M	μ	Mi	Ω	ω	Omega





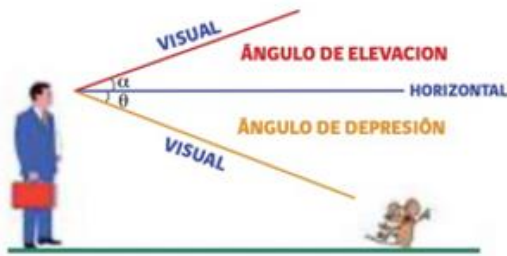
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo consiste en calcular la medida de sus tres lados y de sus tres ángulos.

Para resolver triángulos rectángulos se necesitan 2 datos y, al menos uno, debe ser un lado.

LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

CIRCUNFERENCIA UNITARIA	CIRCUNFERENCIA NO UNITARIA	TRIÁNGULO RECTÁNGULO
$\text{Sen}(\theta) = y$ $\text{Cos}(\theta) = x$ $\text{Tan}(\theta) = \frac{y}{x}; x \neq 0$	$\text{Sen}(\theta) = \frac{y}{R}$ $\text{Cos}(\theta) = \frac{x}{R}$ $\text{Tan}(\theta) = \frac{y}{x}; x \neq 0$	$\text{Sen}(\theta) = \frac{a}{b} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$ $\text{Cos}(\theta) = \frac{c}{b} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$ $\text{Tan}(\theta) = \frac{a}{c} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$



El **ángulo de elevación** α , está formado por la línea horizontal y la línea que une el punto de mira con el objeto observado por sobre la línea horizontal.

El **ángulo de depreción** α , está formado por la línea horizontal y la línea que une el punto de mira con el objeto observado por debajo la línea horizontal

Laboratorio virtual: alturas inaccesibles

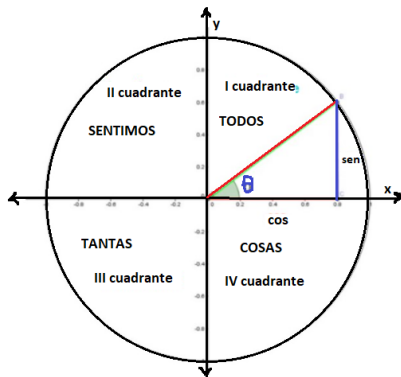
<https://www.geogebra.org/m/uctcb8kr> ingresa al enlace y cambia con el deslizador los datos de los ángulos y observa que pasa, toma apuntes en tu cuaderno de matemáticas y socializa a tus compañeras y docente

LA FUNCIÓN CIRCULAR es PERIÓDICA y su período es **360° (o 2π radianes)**

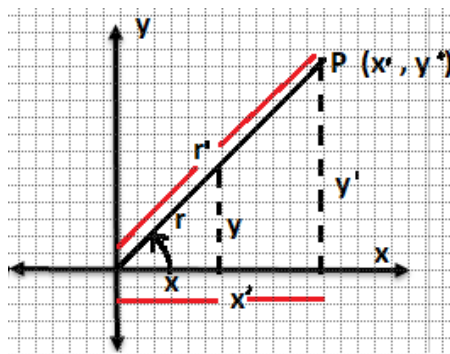
ya que para cualquier ángulo θ y cualquier entero n se cumple que:

$$F(\theta) = F(\theta + 360^\circ \cdot n)$$

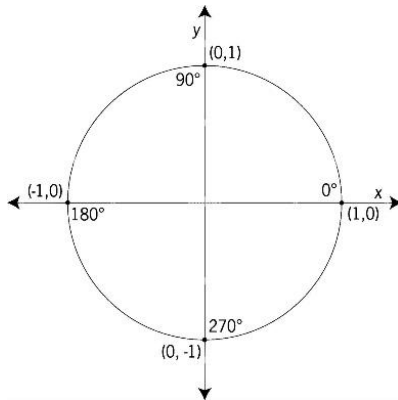
SIGNOS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS



FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN GENERAL.

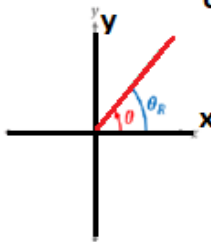


ÁNGULOS CUADRANTALES, TABLA Y SIGNOS

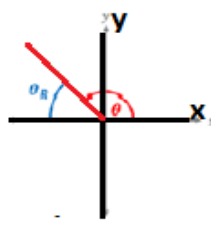


ÁNGULOS DE REFERENCIA

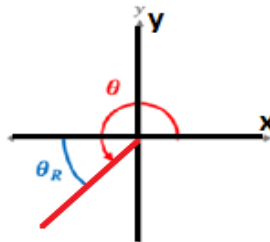
cuadrante I



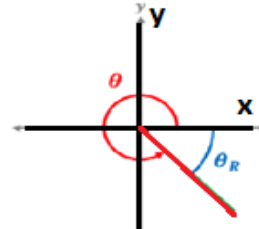
cuadrante II



cuadrante III



cuadrante IV

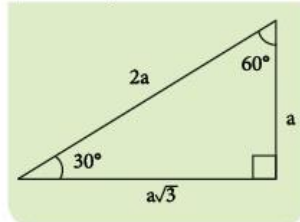


Las funciones trigonométricas de un ángulo dado y su ángulo referencial son iguales en valor absoluto

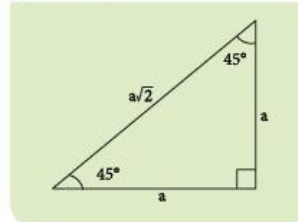
CUADRANTE	ANGULO DADO	ANGULO DE REFERENCIA
I	$0^\circ < \theta < 90^\circ$	$\theta_R = \theta$
II	$90^\circ < \theta < 180^\circ$	$\theta_R = 180^\circ - \theta$
III	$180^\circ < \theta < 270^\circ$	$\theta_R = \theta - 180^\circ$
IV	$270^\circ < \theta < 360^\circ$	$\theta_R = 360^\circ - \theta$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE LOS ANGULOS NOTABLES 30°, 45 y 60°

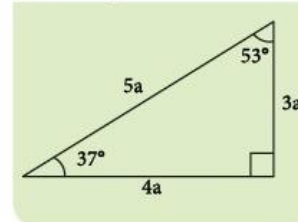
a) De 30° y 60°



b) De 45° y 45°



c) De 37° y 53°



1. Llena la siguiente tabla con la información obtenida

Función /ángulo	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Csc
30°						
45°						
60°						

MANEJO DE LA CALCULADORA EN FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. Hallar...

Sen 40°	Csc 65°	Cos 55°	Cos 120°
Csc 75°	Sen 35°	Sen 55	Tan 36°
Cos 35°	Sec 30°	Tan 45°	Cot 55°

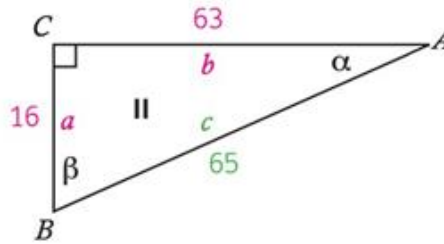
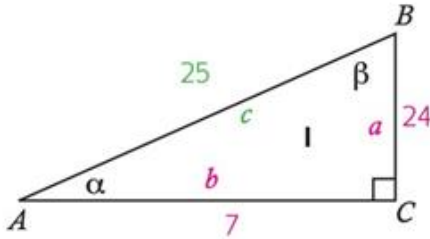
VALOR NUMÉRICO DE EXPRESIONES TRIGONOMÉTRICAS

- a. $\frac{\text{sen } 30^\circ (\text{cos } 50^\circ + \text{tan } 70^\circ)}{\text{cos } 40^\circ}$
- b. $\text{csc } \frac{\pi}{3} + \text{cos } \frac{\pi}{12} - 2 \text{tan } \frac{\pi}{5}$
- c. $\frac{2[\text{sen}^2 20^\circ + 3(\text{cos}^2 35^\circ)]}{\text{sen } 30^\circ + \text{tan } 20^\circ}$
- d. $\frac{2 \text{sen } 30^\circ - \frac{4}{5} \text{cos } 45^\circ + 3 \text{csc } 60^\circ}{\frac{5}{3} \text{sen}^2 30^\circ}$
- e. $\frac{(\text{sen}^2 60^\circ + \text{cos}^2 60^\circ)(\text{sen}^2 45^\circ + \text{cos}^2 45^\circ)}{1 + \text{tan}^2 30^\circ}$

	Función/ángulo	sen	cos	tan	cot	Sec	csc
CUADRANTALES	0°						
	90° = $\frac{\pi}{2}$ (rad)						
	180° = π (rad)						
	270° = $\frac{3\pi}{2}$ (rad)						
	360° = 2π (rad)						
NOTABLES	30° = $\frac{\pi}{6}$ (rad)						
	45° = $\frac{\pi}{4}$ (rad)						
	60° = $\frac{\pi}{3}$ (rad)						

PRACTICO LO QUE APRENDI

1. Dados los triángulos rectángulos I y II escriba las razones trigonométricas de seno, coseno, tangente, cosecante, secante y cotangente



2. Encontrar los valores de las seis razones trigonométricas del ángulo α y β señalado en cada triángulo

a)

Aplicar el Teorema de Pitágoras para determinar el valor del cateto opuesto.

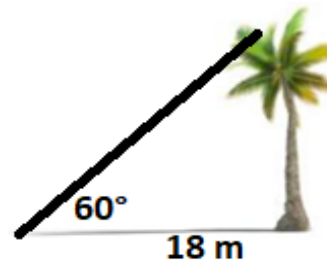
$\text{sen } \alpha =$
 $\text{cos } \alpha =$
 $\text{tan } \alpha =$
 $\text{csc } \alpha =$
 $\text{sec } \alpha =$
 $\text{cot } \alpha =$

b)

Aplicar el Teorema de Pitágoras para determinar el valor del cateto adyacente.

$\text{sen } \beta =$
 $\text{cos } \beta =$
 $\text{tan } \beta =$
 $\text{csc } \beta =$
 $\text{sec } \beta =$
 $\text{cot } \beta =$

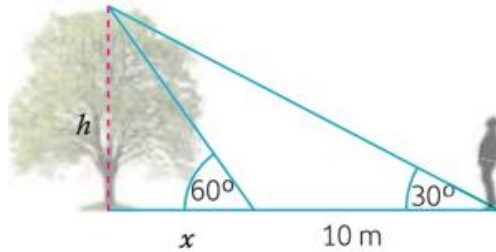
3. Una palmera proyecta una sombra de 18 metros de largo, si el ángulo que se forma desde la punta de la sombra hasta el punto más alto de la palmera es de 60° . ¿cuál es la altura de la palmera?



4. Resuelve el problema siguiendo las orientaciones dadas: Juan observa la copa de un árbol con un ángulo de elevación de 30° , luego avanza 10 metros y ahora observa la misma copa del árbol con un ángulo de elevación de 60° . Calcular la altura del árbol

Solución:

Hacemos el gráfico

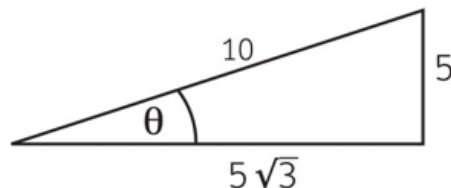


primero, se calcula la tangente de 30°

Luego, Se calcula la tangente de 60°

Escribe el sistema de ecuaciones dos por dos y resuélvalo por reducción

5. Un constructor debe construir una rampa de descarga de 10 metros de largo que se levantará a una altura del suelo de 5 metros, determinar el ángulo de la rampa con la horizontal



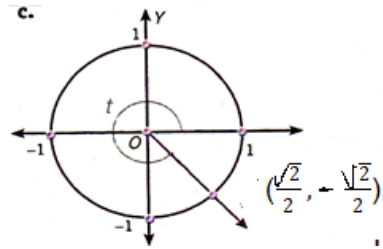
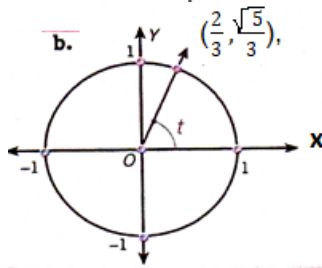
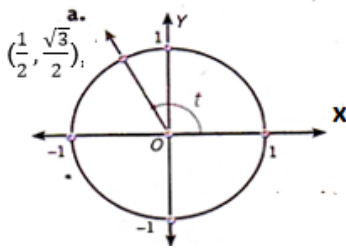
6. Relacionando el área de ciencias naturales con las matemáticas, encuentra 3 fenómenos periódicos.
7. Hallar el valor de las funciones seno, coseno y tangente del ángulo en posición normal, cuyo lado final pasa por el punto cuyas coordenadas se indican (ubicar en un plano cartesiano cada ángulo)

a. P (3,- 4)

b: P (-5, -12)

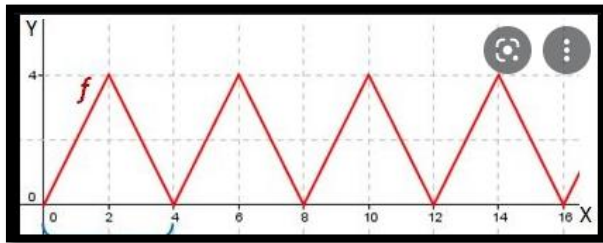
c. P (15, -8)

b. En cada caso, halla las 6 funciones trigonométricas

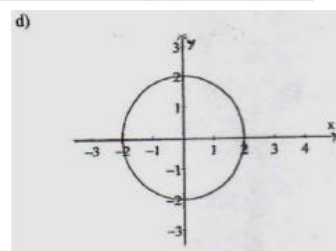
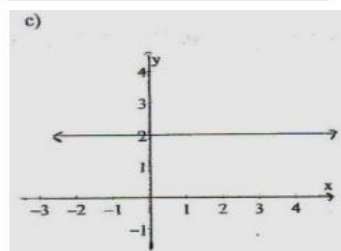
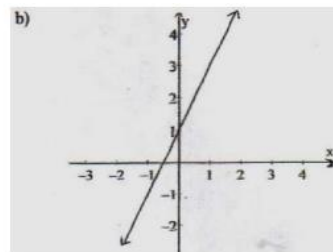
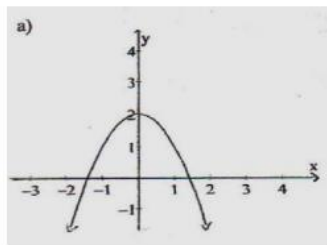


Observa la siguiente gráfica:

- ¿Es una función periódica? Si lo es indica su periodo.
- Determinar el valor de la función para $x = 10$, $x = 21$
- ¿Qué puedes decir de las imágenes de la función para $x = 0,5$; $22,5$? Explica.



c. Usa el criterio de la recta vertical para determinar cuáles de los siguientes gráficos corresponden a funciones.



d. Determina el dominio y el recorrido de las funciones que identificaste en el ejercicio anterior

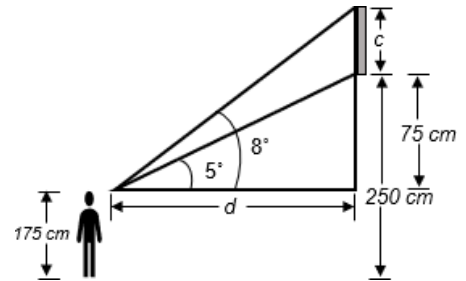
¿COMO SE QUE APRENDI?

Esta actividad la desarrollas en tu cuaderno de taller, pero antes de iniciar te invito a que veas los siguientes videos

<https://www.youtube.com/watch?v=KaRi76SXaoM>

<https://www.youtube.com/watch?v=qDHhGz0xKVQ>

1. Un cuadro está colgado en una pared de forma que su extremo más bajo se encuentra a 2,5 m del suelo. Una persona de 175 cm de estatura ve el extremo inferior del cuadro con un ángulo de elevación de 5° y el extremo superior con un ángulo de elevación de 8° . A qué altura sobre el nivel del piso se encuentra el extremo superior del cuadro



2. Un piloto de un avión que vuela horizontalmente a una velocidad constante de 178 m/s observa desde un punto A, con un ángulo de depresión de 30° un punto P situado en un terreno. Veinte segundos más tarde, el ángulo de depresión con el que el piloto observa el mismo punto P es de 57° . Calcular la altura a la que se encuentra el avión.
3. Encuentro el valor de x en la proporción.

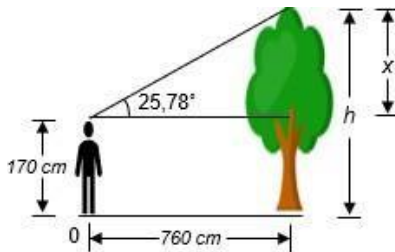
a. $\frac{x}{3} = \frac{8}{24}$

b. $\frac{x}{4} = \frac{9}{16}$

c. $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$

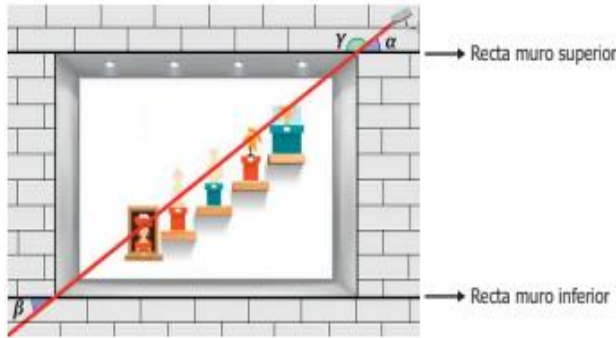
d. $\frac{1+x}{4} = \frac{5}{x}$

4. Un árbol proyecta una sombra de 760 cm de largo. Desde el punto donde termina la sombra, una persona de 170 cm de estatura ve la copa del árbol con un ángulo de elevación de $25,78^\circ$. La Figura muestra la representación de esta situación. Encontrar la altura (h) aproximada del árbol.



5. En un museo se desea colocar un láser que formará parte del sistema de seguridad y que protege 5 obras de arte que se encuentran en un nicho. El haz de luz emitido por el láser recorre el nicho como se muestra en la figura.

Debido a que el nicho es rectangular, los muros superior e inferior forman dos rectas paralelas entre sí.



Adicionalmente, se conoce el valor del ángulo γ , y se desea conocer el valor del ángulo β con el fin de verificar la correcta ubicación del láser. Para ello, el administrador del museo realiza el siguiente procedimiento:

Paso 1. Resta a 180° el valor de γ . Este valor corresponde al valor del ángulo α .

Paso 2. Iguala el valor del ángulo α obtenido en el paso 1 al valor del ángulo β . Una persona afirma que con este procedimiento NO es posible determinar el ángulo β . ¿Es verdadera la afirmación de la persona?

- A. No, porque los ángulos γ y α son complementarios y los ángulos α y β son opuestos por el vértice.
 - B. Sí, porque los ángulos γ y α son suplementarios, entonces suman 90° y no 180° .
 - C. No, porque los ángulos γ y α son suplementarios y los ángulos α y β son alternos externos.
 - D. Sí, porque los ángulos α y β tienen dirección diferente, por lo tanto no serían iguales.
6. En los siguientes ejercicios (θ) es la medida del ángulo en posición normal, cuyo lado final se encuentra en el cuadrante indicado, encontrar para cada caso los valores de las funciones restantes

a. $\text{sen}(\theta) = -\frac{4}{5}$, en el III cuadrante

b. $\text{tan}(\theta) = \frac{5}{4}$, en el III cuadrante

c. $\text{cos}(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, en el IV cuadrante

7. En cada caso, dibuja en posición normal el ángulo cuya medida se indica. Ubica un punto sobre su lado terminal y encuentra los valores de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante en caso de existir.

a. $-\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

b. $-\pi \text{ rad}$

c. $\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

d. $\frac{5\pi}{2} \text{ rad}$

e. -270°

f. $-2\pi \text{ rad}$

g. $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

h. $-\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

8. Si sabes que $\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 halla $\text{cos}\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $\text{tan}\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $\text{sec}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $\text{csc}\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

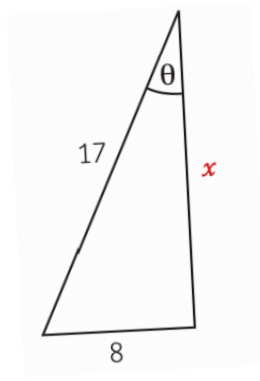
¿QUÉ APRENDI?

1. ¿Aprendiste a resolver problemas identificando los conceptos vistos para triángulos rectángulos?

Resuelve el siguiente problema indicando cada paso realizado en tu proceso de resolución

Calcular el área de una parcela triangular, sabiendo que dos de sus lados miden 80 m y 130 m y forman entre ellos un ángulo de 70° (**sugerencia: realiza el gráfico del problema. Recuerda: el área del triángulo es $A = (b \cdot h)/2$**)

2. Resuelve el siguiente triángulo y con tus propias palabras explica qué es resolver un triángulo



3. Inventa un problema en donde para resolver necesites usar una de las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo
4. Elabora una memo ficha con los valores de las razones trigonométricas para ángulos cuadrantales ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 300^\circ$) y ángulos notables ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$)

Dando cumplimiento al plan de bilingüismo: traduce el siguiente mensaje y socialice tu reflexión con tus compañeras y docente

"We do not become wise by the memory of our past, but by the responsibility of our future."

George Bernard Shaw