CRONOGRAMA ACTIVIDADES

Grado once Periodo lectivo: Segundo Año lectivo 2023
DOCENTE RESPONSABLE: Subleyman Ivonne Usman Narváez
Asignatura: CALCULO

SEMANA No.	FECHA	TEMA – ACTIVIDAD
1	24 de abril – 28 de abril	Entrega de plan de área, cronograma de actividades del periodo, socialización de objetivos de aprendizaje. Conceptos previos sobre resolución de triángulos rectángulos.
2	2 al 5 de mayo	Conceptos previos sobre resolución de problemas de aplicación de triángulos rectángulos.
3	8 al 12 de mayo	Lo que estoy aprendiendo: triángulos oblicuángulos: resolución ley de senos y cosenos, ejercicios de aplicación
4	15 al 19 de mayo	Practico lo que aprendí: triángulos oblicuángulos: resolución ley de senos y cosenos, ejercicios de aplicación
5	22 al 26 de mayo	Lo que estoy aprendiendo: función trigonométrica seno: gráfica, periodo, amplitud, variación
6	29 de mayo al 2 de junio	Lo que estoy aprendiendo: función trigonométrica coseno y tangente: gráfica, periodo, amplitud, variación
7	5 al 9 de junio	Como sé que aprendí: actividad de repaso para la marcha evaluativa.
8	12 al 16 de junio	Marcha evaluativa, se corrige.
9	19 al 23 de junio	se realiza actividad de preparación icfes
10	26 al 30 de junio	Autoevaluación: actividad que aprendí.

NOTAS INDIVIDUALES						MEVA	NOTAS GRUPALES	
ACTIVIDAD PRACTICO LO QUE APRENDI	EVALUACION INDIVIDUAL (COMO SE QUE APRENDI)	EJERCICIOS DE Liveworksheets	TALLER PREICFES	GRAFICAS DE LAS FUNCIONES (PAPEL MILIMETRADO)	AUTOEV ALUACIO N	30%	CONCEPTOS PREVIOS EVALUACION GRUPAL	COEVALUACION

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DEL PALMAR	Código; FR 202 GA Versión: 001 Emisión: 2020-08-6
	GUÍA DE APRENDIZAJE	Actualización:

GUÍA N.º 2 ASIGNATURA: CALCULO (TRIGONOMETRÍA)	
PERIODO DE COBERTURA: SEGUNDO PERIODO	
DOCENTE: SUBLEYMAN IVONNE USMAN NARVAEZ	
ESTUDIANTE:	**GRUPO: 11**

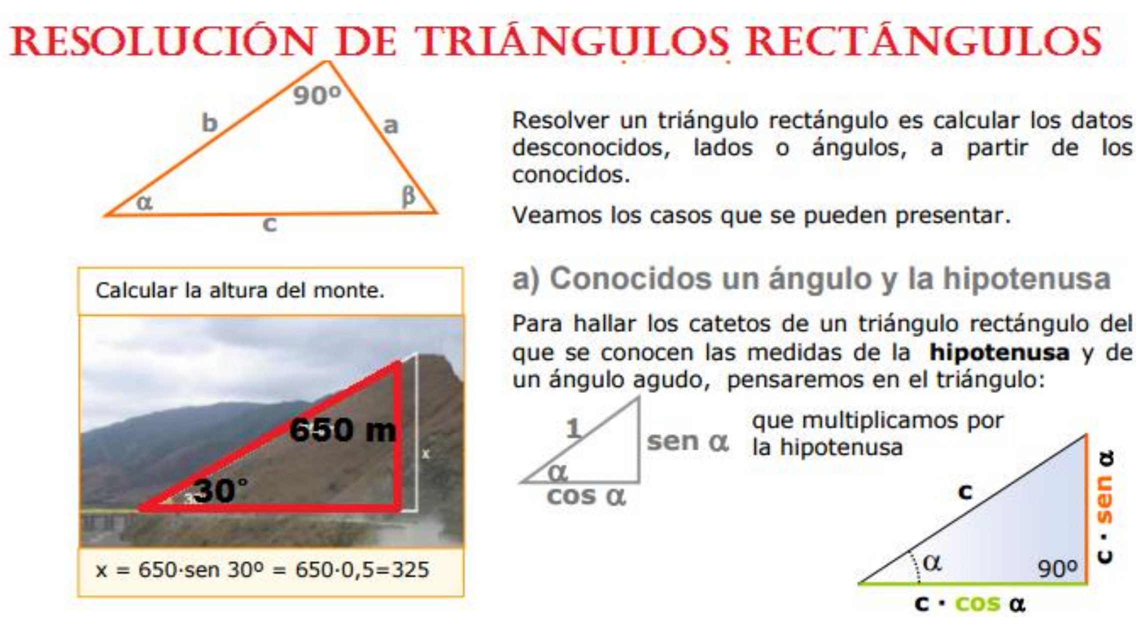
"El universo no sería tal cosa, sino fuera el hogar de la gente a la que amas"
Stephen Hawking

¿QUE VOY A APRENDER?

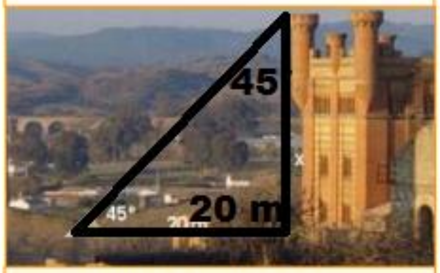
Objetivos de aprendizaje

- Resolver triángulos no rectángulos, usando la ley de senos o cosenos o ambos.
- Usar la ley de senos y/o cosenos para deducir expresiones útiles para calcular el área o perímetro de cualquier triángulo.
- Solucionar problemas utilizando la ley de senos y/o cosenos
- Graficar las seis funciones trigonométricas en el Intervalo [0, 2π].
- Determinar la amplitud, período y desfasamiento de las funciones seno y coseno en un intervalo dado, dada su ecuación.

CONCEPTOS PREVIOS



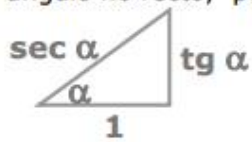
Calcular la altura de la torre.



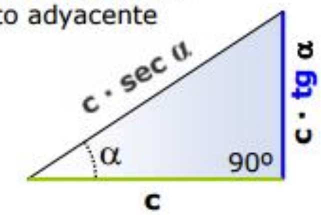
$x = 20 \cdot tg\ 45º = 20 \cdot 1 = 20m$

b) Conocidos un ángulo y un cateto

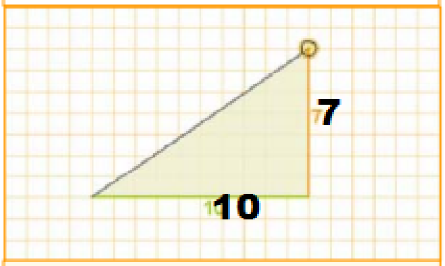
Para hallar los lados de un triángulo rectángulo del que se conocen las medidas un **cateto** y de un ángulo no recto, pensaremos en el triángulo:



que multiplicamos por el cateto adyacente



Resolver el triángulo.



hipotenusa $= \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$
Con la calculadora: atan(0,7)=35º
Y el otro ángulo: 90º-35º=55º

c) Conocidos dos lados

Para hallar el otro lado del triángulo se aplicará el teorema de Pitágoras, el ángulo se determinará como

el arco cuya tangente es $\dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$

o bien como el arco cuyo seno es $\dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$

dependiendo de los datos iniciales.

Para calcular el otro ángulo basta restar de 90º.

1. Expresa en radianes:

a) 15º b) 120º

c) 240º d) 345º

2. Expresa en grados:

a) $\dfrac{\pi}{15}$ b) $\dfrac{3\pi}{10}$

c) $\dfrac{7\pi}{12}$ d) $\dfrac{11\pi}{6}$

3. Halla con la calculadora las siguientes razones redondeando a centésimas:

a) sen 25º b) cos 67º

6. Un ángulo de un triángulo rectángulo mide 44º y el cateto adyacente 16 cm, calcula el otro cateto.

7. En un triángulo rectángulo los catetos miden 15 y 8 cm, halla los ángulos agudos.

8. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 45 cm y un cateto 27 cm, calcula los ángulos agudos.

9. En un triángulo isósceles los ángulos iguales miden 78º y la altura 28 cm, halla el lado desigual.

c) tg 225º   d) tg 150º

4. Un ángulo de un triángulo rectángulo mide 47º y el cateto opuesto 8 cm, halla la hipotenusa.

5. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 26 cm y un ángulo 66º. Calcula los catetos.

10. Los lados iguales de un triángulo isósceles miden 41 cm y los ángulos iguales 72º, calcula el otro lado.

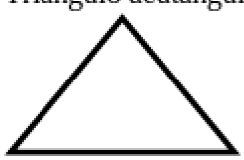
11. El cos de un ángulo del primer cuadrante es 3/4, calcula el seno del ángulo.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

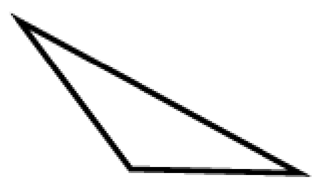
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Un triángulo es oblicuángulo cuando no presenta un ángulo recto, se denomina de dos formas: triángulo acutángulo si tiene tres ángulos agudos y triángulo obtusángulo si tiene un ángulo obtuso, por lo que no es posible resolverlo si aplicamos las funciones trigonométricas. Ejemplos:

Triángulo acutángulo



Triángulo obtusángulo



Para la solución de triángulos oblicuángulos se utiliza:
- Ley de seno.
- Ley de coseno.

LEY DE SENOS: la ley de los senos se utiliza para resolver los triángulos de los casos

Caso 1 AAL Dos ángulos y el lado opuesto a uno de ellos.
Caso 2 LLA Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.

TEOREMA: "En todo triángulo, la medida de los lados es directamente proporcional a los senos de sus ángulos opuestos".

$$\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB} = \frac{c}{senC} \quad \text{ó} \quad \frac{senA}{a} = \frac{senB}{b} = \frac{senC}{c}$$

LEY DE LOS COSENOS: la ley de los cosenos se utiliza para resolver los triángulos de los casos 3 y 4.

Caso 3 LLL Los tres lados
Caso 4 LAL dos lados y un ángulo comprendido

TEOREMA: "En todo triángulo, el cuadrado de uno de sus lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de dichos lados por el coseno del ángulo que forman"

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(\cos A)$, $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac(\cos B)$, $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba(\cos C)$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

siendo a, b y c los costados y A, B y C los ángulos del triángulo

$$A = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$B = \arccos \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$
$$C = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

siendo a, b y c los costados y A, B y C los ángulos del triángulo

GRÁFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIÓN SENO Y COSENO:

La función que asocia cada número real θ con la ordenada del punto P(x,y) de la circunferencia unitaria y determina el ángulo θ en radianes en posición normal, recibe el nombre de función **seno.**

Seno θ $\longrightarrow$ Y, si y solo sí seno θ=Y ó Y= sen θ

La función que asocia cada número real **θ** con la abscisa del punto **P(x,y)** de la circunferencia unitaria, y determina el ángulo θ en posición normal recibe el nombre de función **coseno θ =X**

Función seno

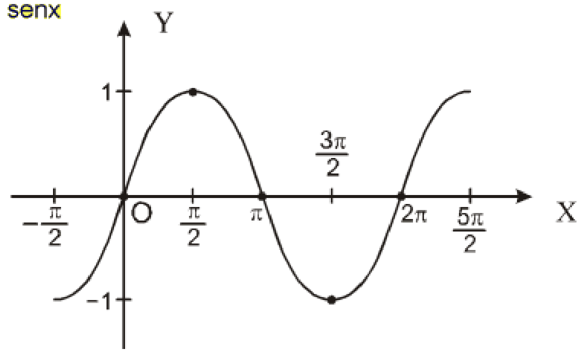
Es la función f : R → R definida por f(x) = senx

Dom(f) = R

Ran(f) = [– 1, 1]

Período 2π

Función impar



Función coseno

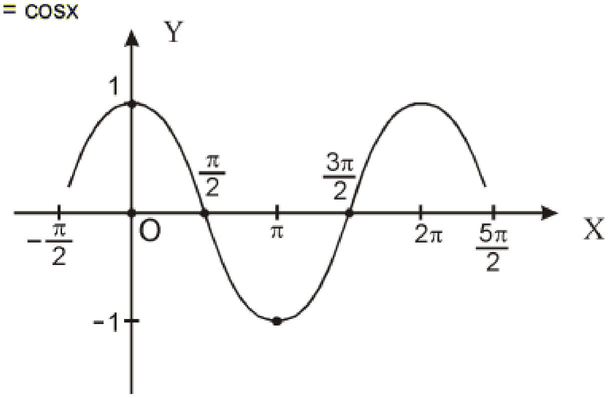
Es la función f : R → R definida por f(x) = cosx

Dom(f) = R

Ran(f) = [– 1, 1]

Período 2π

Función par



Para representar gráficamente la función Y = sen θ y Y = cos θ, construyamos una tabla de valores para $0 \leq x \leq 2\pi$

GRADOS	0°	30	45°	60°	90°	120°	150	180°	210	240°	270°			
π rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$								$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Decimal	0	0, 52	0,79	1,05										
Sen θ														
Cos θ														
Tan θ														

PROPIEDADES PAR E IMPAR. Simetrías

Para poder determinar si las funciones sen θ y cos θ son par o impar debemos tener en cuenta que:

Las funciones trigonométricas de un ángulo negativo, vienen dadas por el siguiente teorema

sen(-θ) = - sen θ	csc (-θ) = - csc(θ)
cos(-θ) = cos θ	sec(-θ) = sec (θ)
tan (- θ) = - tan θ	cot (-θ) =- cot(θ)

Además, las definiciones de:
Una función f es par si f (- θ) = f(θ)
Una función f es impar si f(-θ) = - f(θ)

Cómo sen (-θ) = - sen θ, ¿la función y =sen θ es una función par o impar?

Como cos (-θ) =cos θ,¿ la función y= cos θ es una función par o impar?

- Una función **y=f(x)** es simétrica con respecto al eje **x** Si al sustituir **y** por **-y** se obtiene la misma ecuación: $x=y^2$, $X = (-y)^2$
- Una función **y = f(x)** es simétrica con respecto al eje **y**, si al sustituir **x** por **-x** se obtiene la misma ecuación $y = x^2$; $y = (-x)^2$
- Una función **y = f(x)** es simétrica con respecto al origen si al sustituir **y** por **-y** y **x por - x,** simultáneamente, se le obtienen la misma ecuación $y = x^3$, $-y = (-x)^3$

Determina qué clase de simetría tienen las funciones **y=senx** ∧ **y=cosx**

PERIODO

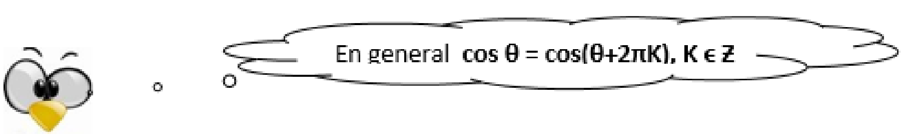
1. Complete la siguiente tabla y realice la gráfica en papel milimetrado

θ	-720	-630	-540	-450	-360	-270	-180	-90	0	90	180	270	360	450	540	630	720
Sen θ																	

2. Observando la gráfica obtenida, ¿cuál es el periodo de la función seno θ

3. **.** Complete la siguiente tabla y realice la gráfica en papel milimetrado

θ	-720	-630	-540	-450	-360	-270	-180	-90	0	90	180	270	360	450	540	630	720
cos θ																	



4. Observando la gráfica obtenida, ¿cuál es el periodo de la función coseno θ

VARIACIÓN

Para entender la variación de la función seno y coseno es necesario analizar en cada cuadrante si la función es creciente o decreciente.

1. Una función **f(x)** es creciente si $x_1 < x_2$, entonces $f(x_1) < f(x_2)$
2. Una función **f(x)** es decreciente si $x_1 < x_2$, entonces $f(x_1) > f(x_2)$
3. Con las gráficas efectuadas en el numeral 7 del literal A, llenar la siguiente tabla con **C** (creciente) o **D** (decreciente).

	I cuadrante	**II cuadrante**	**III cuadrante**	**IV cuadrante**
Sen θ				
Cos θ				

4. Sobre la gráfica escribe las secciones en donde las funciones son crecientes y decrecientes

MÁXIMOS Y MINIMOS

Observando las gráficas del numeral 7 del literal A, ¿cuál es el mayor valor que toma **"y"** en **sen θ** y **cos θ?**

1. ¿cuál es el menor valor que toma y en **sen θ** y **cos θ?**
2. ¿Para qué valores de **θ,** el **sen θ** es **1?**
3. ¿Para qué valores de **θ,** el **cos θ** es **1?**
4. ¿Para qué valores de **θ,** el **sen θ** es - **1?**
5. ¿Para qué valores de **θ,** el **cos θ** es - **1?**

Al mayor valor que toma la ordenada de cualquier función, para cambiar de creciente a decreciente, se le llama **MÁXIMO**
Al menor valor que toma la ordenada de cualquier función, para cambiar de decreciente a creciente se le llama **MÍNIMO**

AMPLITUD

En general y= Asenx ∧ y = Acosx, donde A≠0 satisface en las desigualdades
$-|A| = A\cos x \leq |A|$ y $-|A| \leq A \operatorname{sen} x \leq |A|$
Donde **|A|** se llama **AMPLITUD**, la amplitud se utiliza para fijar la escala del eje **Y**

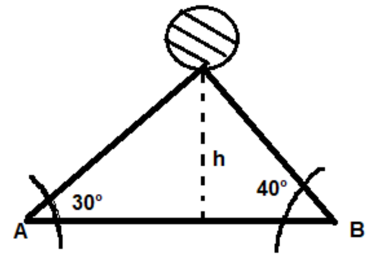
El periodo de una función sinoidal se conoce con el nombre de **CICLO**. El periodo se utiliza para fijar la escala del eje **x**

Las funciones y = A sen Bx y y= A cos Bx tienen periodo T = $\frac{2\pi}{B}$, donde **B > 0**

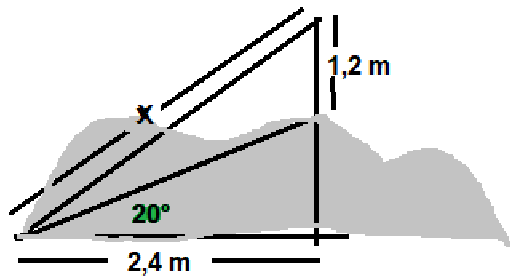
PRACTICO LO QUE APRENDÍ

Antes de iniciar esta actividad, repasa lo visto en tu cuaderno y como ayuda puedes ver los siguientes vídeos:
Vídeo 1: https://www.youtube.com/watch?v=BBqOlrGzV5M
Vídeo 2: https://www.youtube.com/watch?v=Xf6eCpFVlm0

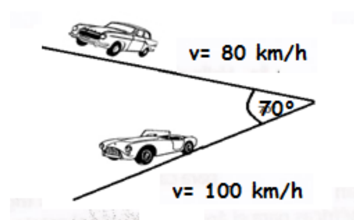
1. Los ángulos de elevación de un globo desde los puntos A y B a nivel del suelo son 30° y 40°, respectivamente, los puntos A y B están a 275 km entre sí y el globo se encuentra entre ambos puntos, con el mismo plano vertical. Calcula la altura del globo sobre el suelo.



2. Un poste de 1,2 m de alto se encuentra en la cima de una montaña que forma con su base 20° con la horizontal. Calcula la longitud mínima de cable (x) que llegará a la parte superior del poste a 2,4 metros cuesta abajo (medida desde la base del poste).



3. Dos vehículos parten de una ciudad al mismo tiempo y circulan en carreteras rectas, separadas por un ángulo de 70°, si viajan a 80 y 100 km por hora representativamente ¿qué distancia se hallarán en uno del otro al cabo de 15 minutos.



4. Calcula el valor de la función circular para los siguientes ángulos y arcos:

a. Θ= 0°

b. θ = 180°

c. θ= 450°

d. β= $\frac{\pi}{2}$

e. β= $\frac{-3\pi}{2}$

f. β= - 3π(rad)

5. SOBRE GRAFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ingresa al siguiente enlace y resuelve la actividad en el cuaderno de matemáticas

https://es.liveworksheets.com/c?a=s&g=11%C2%B0&s=MATEMATICAS%20&t=49debg2gyy6&m=n&e=n&sr=n&ms=uz&l=oe&i=nuszfs&r=vv&db=0&f=dzdtzduo&cd=p94nrfb5bii1llljrlxpgepyy2ngnzgnxjxg

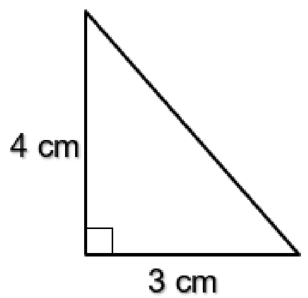
¿COMO SE QUE APRENDI?

Observa los siguientes vídeos:

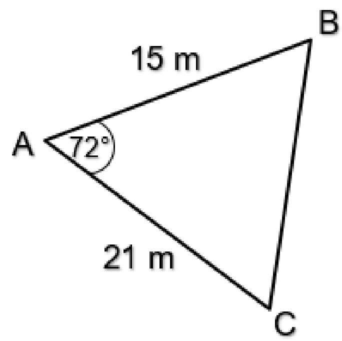
Vídeo 3: https://www.youtube.com/watch?v=8RYARDEbhFE
Vídeo 4: https://www.youtube.com/watch?v=Dgpsd_CwZfs

1. **Resuelve los siguientes triángulos:**

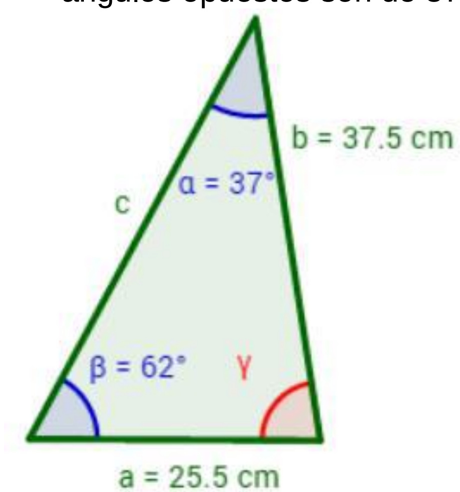
a.



b.



2. Si cierto triángulo tiene un lado de 25.5 cm y otro de 37.5 cm y sus respectivos ángulos opuestos son de 37° y 62°, ¿cuánto mide el otro lado?



3. Determina la amplitud y el periodo de cada función, sin graficar.

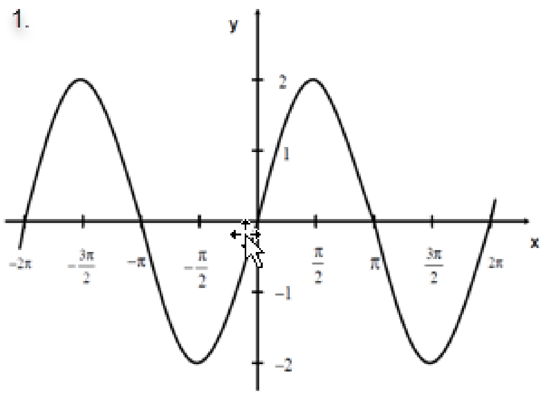
a. Y= 2 sen x
b. Y = 6 sen πx
c. Y = $\frac{5}{3}$sen (- $\frac{2}{3}$πx)
d. Y= 3 cos x
e. Y = $\frac{9}{5}$cos (- $\frac{3}{2}$πx)
f. Y = - 4 cos 2x
g. Y = 0.05sen(- $\frac{16}{5}$x)

4. Calcula la amplitud y el periodo y traza la gráfica de cada función EN PAPEL MILIMETRADO

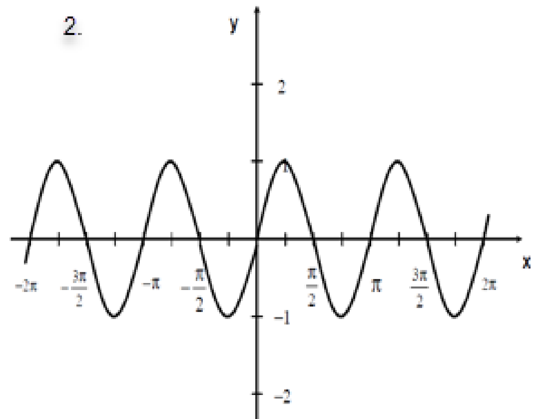
a. Y = 6 sen x
b. Y = - 4 cos 2x

5. Encuentra el periodo y la amplitud y escriba las siguientes funciones

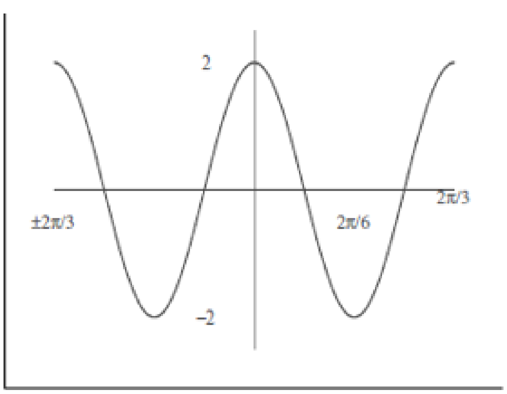
1.



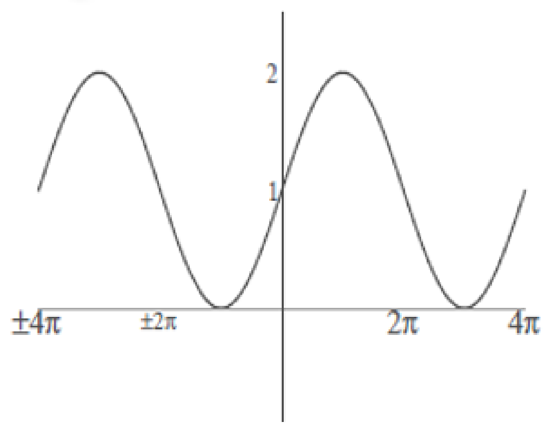
2.



3.



4.



¿QUÉ APRENDI?

Observa los siguientes vídeos:
Vídeo 5: https://www.youtube.com/watch?v=88EwTYIj-Bg
Vídeo 6: https://www.youtube.com/watch?v=1-K6yujrYOk

1. Según lo estudiado es esta guía, inventa un problema en donde para resolverlo tengas que emplear el Teorema del Seno; y otro que emplees el Teorema del Coseno
2. Según lo estudiado en esta guía escribir las caracteristicas de las funciones:

a. $y=sen\ x$ b. $y=\cos x$

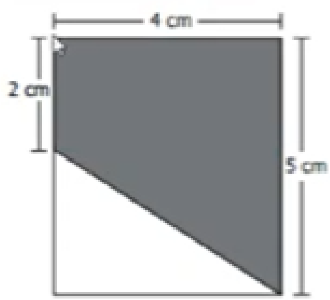
3. Grafica la función: $f(x)=3\ Cos\ [2\ (x-\pi 4)]+2$ y escribe sus caracteristicas

<u>"En la vida espiritual, el que no avanza retrocede. Sucede como un barco que siempre debe seguir adelante. Si se detiene, el viento lo devolverá" Padre pio</u>

Realizar el siguiente taller de refuerzo Icfes de selección multiple con única respuesta, cada respuesta que marque debe estar debidamente justificada con el procedimiento.

Este taller será el 60% de una evaluación individual, y la corrección del mismo será del 40% y se efectuará en el cuaderno de talleres.

1. Observa la figura que se muestra a continuacion.



¿cuál o cuáles de los siguientes procedimientos permite(n) hallar el área del trapecio sombreado?

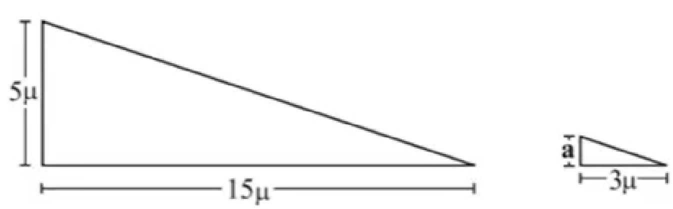
I. $(4\text{ cm} \times 2\text{ cm}) + \left[\frac{(4\text{ cm} \times 3\text{ cm})}{2}\right]$

II. $(4\text{ cm} \times 5\text{ cm}) - \left[\frac{(4\text{ cm} \times 3\text{ cm})}{2}\right]$

III. $(4\text{ cm} \times 3\text{ cm}) - \left[\frac{(4\text{ cm} \times 3\text{ cm})}{2}\right]$

a) I solamente
b) I y II solamente
c) II y III solamente
d) III solamente

2. Observa los siguientes triángulos

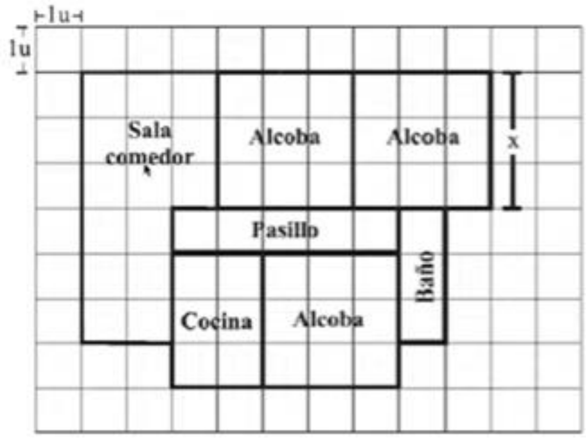


Sabiendo que los triángulos son semejantes y la medida de sus lados son proporcionales entonces el valor de **a** es

a) 1u
b) 3u
c) 5u
d) 15u

LAS PREGUNTAS 3 AL 5 SE RESPONDEN DE ACUERDO AL SEGUIENTE GRÁFICO

En la figura se muestra la cuadricula de un plano de un apartamento



3. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el perímetro del plano en función de "x"

   a) 9x b) 10x c) $\frac{32}{3}x$ d) $\frac{12}{3}x$

4. De acuerdo a la información del plano NO es correcto afirmar que:
   a) El área de una alcoba corresponde al área de la cocina y el baño
   b) El área de las alcobas corresponde a la tercera parte del área total
   c) El área del pasillo corresponde a la tercera pare del área de la sala comedor
   d) El área del baño es la mitad del área de la cocina

5. Si se construye un apartamento con el diseño anterior en un área de 112 m^2, para determinar el área de cada alcoba debemos resolver la ecuación

   a) $x^2 = 112$ b) $9x^2 = 112$ c) $\frac{56}{9}x^2 = 112$ d) $\frac{56}{3}x^2 = 112$

6. En la figura se representa el plano del primer piso de un edificio, conformado por cuatro apartamentos de igual forma y medida que comparten un espacio común de forma cuadrada donde se encuentra una escalera

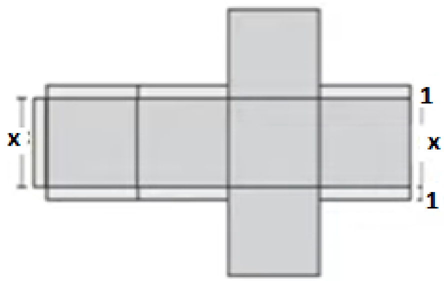
¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área total de los 4 apartamentos (área sombreada)?

a) 4xy - x + 2 b) 4xy - $(x - 2)^2$

c) $2xy - (x - 2)^2$

d) $2xy - x + 2$

7. Para empacar artículos, una empresa construye cajas de forma cúbica, de cartón, con tapa de arista **x** usando el siguiente diseño.



La expresión que permite determinarla mínima cantidad de material requerido para la construcción de cada caja es

a) $6x^2 + 7x$

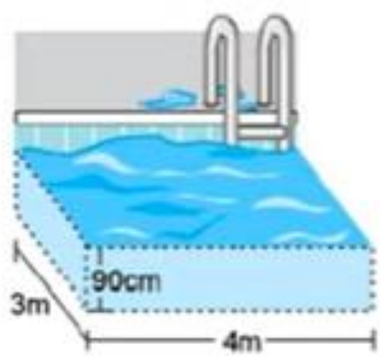
b) $6x^2 + 7$

c) $3x(x + 2) + 3x^2$

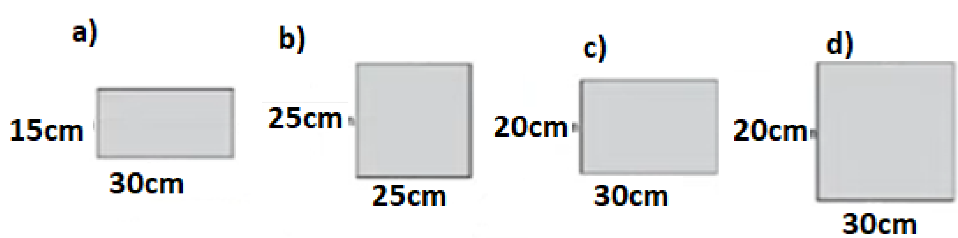
d) $3(x + 2)^2 + 3x^2$

LAS PREGUNTAS 8 Y 9 SE RESPONDEN DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

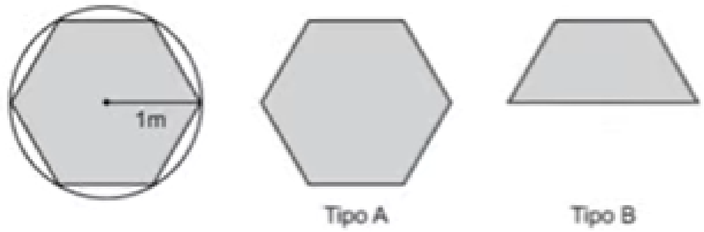
El siguiente dibujo representa el diseño de una piscina para niños que se quiere construir en un centro vacacional



8. para recubrir el interior de la piscina (paredes y piso) con una tela asfáltica, esto es impermeabilizar la piscina, el constructor pide 30m^2, esta cantidad de material
   a) No es suficiente porque faltaría aproximadamente 7m^2
   b) Es suficiente y sobrarían aproximadamente 5m^2
   c) No es suficiente porque faltarían aproximadamente 14m^2
   d) Es suficiente y sobrarían aproximadamente 25m^2
9. Para cubrir todas las paredes de la piscina con baldosas rectangulares del mismo tamaño y evitar desperdicios de material, debería usarse la baldosa representada en



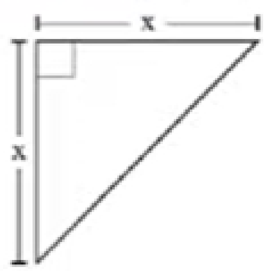
10. Para fabricar ventanas de vidrio, se utiliza la pieza de la figura:



El área que cubren 4 piezas tipo B es, en metros cuadrados

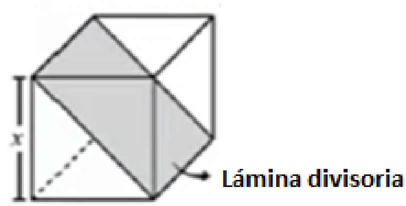
a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $6\sqrt{3}$

11. El triángulo que se representa en la figura es un triángulo rectángulo isósceles. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?



a) 3x
b) $2\sqrt{x}$
c) $(2+\sqrt{2})$ x
d) $2x+\sqrt{2x}$

12. Para empacar dos artículos en una misma caja la empresa requiere dividirla en dos compartimientos iguales con una lámina de cartón, como se indica la figura.



El área de la lámina divisoria, en unidades cuadradas, está representada por la expresión

a) x^2 b) $2x^2$ c) $\sqrt{2}x^2$ d) $2\sqrt{2}x^2$

"En las caídas no pierdas el coraje, reanímate para una nueva confianza y una más profunda humildad" Padre Pio

Tomado de https://youtu.be/GOrXZuMhuFg